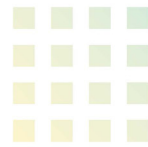


① 어떻게 하면 경우의 수를 빠르게 구할 수 있을까?



주제 개요

기본 수학 성취기준	[12기수01-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.
차시명	I. 경우의 수 ① 경우의 수 ① 간단한 경우의 수 구하기(1/3차시)
학 습 목 표	<ul style="list-style-type: none"> • 사건의 뜻을 알고, 주어진 사건의 경우의 수를 구할 수 있다. • 사건에 맞는 대상을 분류하여 셀 수 있고, 이를 통해 경우의 수를 구할 수 있다.
주 요 활 동	<ul style="list-style-type: none"> • 동일한 조건에서 반복할 수 있는 실험이나 관찰을 통하여 사건의 의미를 이해하기 • 생활 주변에서 사건의 예 찾아보기 • 주어진 사건에 대해 일어날 수 있는 결과를 모두 나열하여 경우의 수 구하기
관련 선수학습	짝수, 홀수, 순서쌍, 약수와 배수, 소인수분해

수업 준비하기

☞ 수업 전 준비할 일

- EBSmath(<http://www.ebsmath.co.kr>)에 탑재된 중2 <확률과 통계> 영역의 <경우의 수>와 관련된 동영상 “사건과 경우의 수”의 내용을 보고 어떻게 활용할 것인지 계획한다.
- 학생용 활동지와 교사용 지도서를 바탕으로 어떻게 지도할 것인지 수업계획을 수립한다.

☞ 수업에 필요한 모둠 편성 방법

- 학생들의 수준과 성향에 따라 개인별 학습과 모둠학습이 모두 가능하다. 단 모둠을 편성하여 진행할 경우, 모둠학습의 효과가 나타날 수 있도록 사전에 편성 및 지도계획을 수립해야 한다. 모둠을 편성하는 경우 3~4명을 한 모둠으로 구성하는 것이 효율적이며, 모둠 내에서 학생들끼리 협력학습이 이루어질 수 있도록 다른 수준의 학생들이 고르게 섞는 방식을 추천한다.

기초 실력 쌓기

● 출석 확인 및 단원 소개

- 이 단원에서는 주어진 사건에 포함되는 대상을 분류하고 그 경우의 수를 세는 방법을 알아본다.

● 학습동기유발

- 교사는 준비해놓은 멀티미디어 자료를 이용하여 사건과 경우의 수를 구하는 것이 일상생활에 사용되고 있는 것을 프로젝션 TV를 이용하여 보여준다.
- 교사는 탐구 문제를 제시하고, 학생들은 모니터를 보며 탐구 문제를 해결한다.

● 진단평가 및 기초학습

본 차시에서 학습할 간단한 사건의 경우의 수를 구하기 위해서는 초등학교와 중학교에서 학습한 분류하기의 개념을 토대로 구하고자 하는 사건의 결과를 나열할 수 있어야 한다. 특히 사건의 결과를 나열할 때 모든 결과를 빠짐없이 나열할 수 있어야 하며, 이 과정에서 규칙성을 발견하여 효율적으로 나열할 수 있는 아이디어를 찾는 활동을 통해 수업의 기초를 튼튼히 하도록 한다. 기초실력 쌓기 단계는 <진단평가>와 <기초학습>으로 이루어져 있으며 <진단평가>와 <기초학습>의 활용 여부와 순서는 학생들의 수준 및 수업 계획에 따라 적절히 결정한다.

① 진단평가

p12. 진단평가 활동지

진단평가에서는 중학교에서 배운 경우의 수의 뜻을 알고 있는지 학생들에게 묻고 잘 모르는 학생이 있으면 경우의 수의 뜻을 설명해 준 다음, 진단평가 활동지를 풀어보게 한다. 진단평가의 풀이를 통해 사건과 경우의 수 개념이 구체적인 문제 상황에서 어떻게 적용될 수 있는지를 설명한다.

- ➡ 중학교에서 배운 경우의 수의 뜻을 알고 있는지 학생들에게 묻고 잘 모르는 학생이 있으면 경우의 수의 뜻을 설명해 준 다음, 진단평가 활동지를 풀어보게 한다.

활동지 예상 답안 및 풀이

- ① 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오는 경우의 수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

③

짝수의 눈은

2, 4, 6

이 나올 수 있으므로 경우의 수는 3이다.

② 10 이하의 자연수에서 하나의 수를 고를 때, 다음을 구하시오.

1) 홀수를 고르는 경우의 수

1) 5

10 이하의 자연수 중에서 홀수는

1,3,5,7,9

이므로 경우의 수는 5이다.

2) 10의 약수를 고르는 경우의 수

2) 4

10 이하의 자연수 중에서 10의 약수는

1,2,5,10

이므로 경우의 수는 4이다.

③ $a+b=7$ 을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.

6

$a+b=7$ 을 만족시키는 두 자연수의 순서쌍 (a, b) 는

$(1, 6), (2, 5), (3, 4),$

$(4, 3), (5, 2), (6, 1)$

이므로 경우의 수는 6이다.

② 기초학습

p13. 기초학습 활동지

본 차시에서 학습할 간단한 사건의 경우의 수를 구하기 위해서는 초등학교와 중학교에서 학습한 분류하기의 개념을 토대로 구하고자 하는 사건의 결과를 나열할 수 있어야 한다. 특히 사건의 결과를 나열할 때 모든 결과를 빠짐없이 나열할 수 있어야 하며, 이 과정에서 규칙성을 발견하여 효율적으로 나열할 수 있는 아이디어를 찾는 활동을 통해 수업의 기초를 튼튼히 하도록 한다.

☞ 사건과 경우의 수의 뜻을 알고 있는지 학생들에게 묻고 잘 모르는 학생이 있으면 사건과 경우의 수의 뜻을 설명해준다.

기초학습 개념 잡고 가기

◇ 사건

- 실험이나 관찰에 의하여 나타나는 결과를 사건이라 한다.

예) 주사위를 던질 때 ‘홀수의 눈이 나온다.’, ‘6의 약수의 눈이 나온다.’

◇ 경우의 수

- 어떤 사건이 일어나는 경우에 대한 가짓수를 경우의 수라 한다.

기초학습 문제 및 풀이

- ① 10 이하의 자연수 중에서 하나의 수를 고를 때, 다음 사건을 구하시오.
- 1) 3의 배수가 나오는 사건 10 이하의 자연수 중에서
1) 3의 배수를 나열하면
3, 6, 9
- 2) 소수가 나오는 사건(소수란 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수를 말한다.) 2) 소수를 나열하면
2, 3, 5, 7
- ② 가위바위보를 할 때 한 사람이 낼 수 있는 경우의 수는? ③
가위, 바위, 보가 나올 수 있으므로 경우의 수는 3이다.

본 차시 수업하기

도입

p14~16. 학생 활동지

본 차시에서는 간단한 사건의 결과를 직접 나열하여 그 사건의 경우의 수를 구해 본다. 특히 자연수의 성질과 관련하여 주어진 범위에서 특정한 수의 약수의 개수 혹은 소수의 개수, 그리고 순서쌍을 이용한 경우의 수를 구하는 문제가 자주 제시되므로, 본 차시에서는 해당 개념에 대해 되돌아보는 기회를 갖고, 이를 활용하여 경우의 수를 구해보도록 한다.

전개 1


학생들이 20 이하의 자연수 각각에 대해 그 약수를 직접 나열해 보게 한 다음, 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수를 찾아보게 하고, 해당 수를 소수라 한다는 사실을 회상하게 한 다음, 소수를 표시하게 한다. 학생들의 탐구활동 결과를 토대로 소수와 합성수를 구분하여 이해할 수 있게 하고, 20 이하의 자연수 중에서 소수가 몇 개인지 세어보게 한다.

- ➡ 자연수와 관련된 경우의 수를 구하는 문제는 주로 일정한 수의 범위에서 짝수, 홀수, 약수, 배수, 소수 등을 구하는 것을 다룬다. 따라서 학생들이 자연수와 관련된 위의 성질을 잘 알고 있는지 확인하고, 해당 내용을 잘 모르는 학생이 있는 경우 그 뜻을 보기를 들어 설명해 준 다음 활동지의 **활동 1-1** 과 같이 해당 사건의 결과를 직접 나열해 보게 한다.

학생 응답의 예

활동 1-1 아래의 표에서 주어진 자연수의 약수를 모두 찾아 빈칸에 쓰시오.

자연수	약수	자연수	약수
1	1	11	1, 11
2	1, 2	12	1, 2, 3, 4, 6, 12
3	1, 3	13	1, 13
4	1, 2, 4	14	1, 2, 7, 14
5	1, 5	15	1, 3, 5, 15
6	1, 2, 3, 6	16	1, 2, 4, 8, 16
7	1, 7	17	1, 17
8	1, 2, 4, 8	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
9	1, 3, 9	19	1, 19
10	1, 2, 5, 10	20	1, 2, 4, 5, 10, 20

 학생 활동지 **활동 1-2**에서는 **활동 1-1** 표에서 작성한 활동지를 보고, 학생들에게 소수를 표시하게 한다. 소수의 뜻을 잘 모르는 학생의 경우, 1과 자기 자신을 약수로 가지는 수를 소수라고 정의하고, 1과 자기 자신 이외의 수를 약수로 가지는 수를 합성수로 정의한다는 것을 설명해준다. 한편 자연수 1은 소수도 아니고 합성수도 아닌 것으로 정의된다는 점을 알려준다.

학생 응답의 예

활동 1-2 위의 **활동 1-1**의 작성 결과를 보고, 해당 자연수가 소수인 경우 $\sqrt{\quad}$ 표시하시오.

자연수	약수	소수	자연수	약수	소수
1	1		11	1, 11	$\sqrt{\quad}$
2	1, 2	$\sqrt{\quad}$	12	1, 2, 3, 4, 6, 12	
3	1, 3	$\sqrt{\quad}$	13	1, 13	$\sqrt{\quad}$
4	1, 2, 4		14	1, 2, 7, 14	
5	1, 5	$\sqrt{\quad}$	15	1, 3, 5, 15	
6	1, 2, 3, 6		16	1, 2, 4, 8, 16	
7	1, 7	$\sqrt{\quad}$	17	1, 17	$\sqrt{\quad}$
8	1, 2, 4, 8		18	1, 2, 3, 6, 9, 18	
9	1, 3, 9		19	1, 19	$\sqrt{\quad}$
10	1, 2, 5, 10		20	1, 2, 4, 5, 10, 20	

교사 설명의 예

어떤 자연수의 약수는 그 자연수를 나누어떨어지게 하는 수를 말한다. 따라서 약수의 개수가 2개인 자연수는 1과 자기 자신을 제외하면 더 이상 나누어떨어지게 하는 수가 없다는 뜻이다. 이러한 자연수를 소수(prime number)라고 한다.

교사용 TIP

초등학교때 배운 소수는 소수점을 이용하여 수를 표현하는 방법을 뜻하는 것으로 여기에서의 소수와는 그 의미가 다르다는 것을 설명하는 것이 좋다.

또 약수의 개수가 3개 이상인 자연수, 즉 1과 소수를 제외한 자연수를 합성수(composite number)라고 한다. 지금부터 우리가 관심을 갖는 수는 바로 이 합성수이다.

합성수는 1과 자기 자신 이외에도 나누어떨어지게 하는 수가 있으므로 최소한 2개 이상의 곱의 꼴로 나타낼 수 있다. 예를 들어 합성수 6은 $6=1 \times 6=2 \times 3$ 과 같이 나타낼 수 있고, 이때 1, 6, 2, 3과 같이 곱하여 6이 되는 수를 6의 인수라고 한다. 이때 어떤 자연수의 인수와 약수는 그 결과가 같기 때문에 같은 것으로 생각하기도 한다.

교사용 TIP

곱하여 그 수가 되는 수는 인수이고 그 수를 나누어떨어지게 하는 수는 약수이므로 그 개념을 구분하여 가르치는 것이 바람직하나, 교사가 학생의 수준에 따라 판단하여 지도하도록 한다.

→ 학생 활동지 **활동 1-3**에서는 **활동 1-2** 표에서 확인한 소수를 모두 나열해 보게 한다.

학생 응답의 예

활동 1-3 **활동 1-2**의 표에 제시된 자연수에서 소수를 찾아 모두 나열하고, 20이하의 자연수 중에서 소수가 몇 개인지 말해 보자.

주어진 표에서 소수는
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19
이므로 20이하의 자연수 중에서 소수의
개수는 8이다.

교사용 TIP

〈기본 수학〉에서는 경우의 수 단원을 가장 먼저 제시하고 있다. 따라서 학생들이 아직 집합 개념을 배우지 않은 상태이므로, 경우의 수를 다룰 때에는 그 결과를 집합 기호를 사용하여 나타내지 않고, 직관적으로 나열하여 제시하도록 할 필요가 있다.

전개 2

순서쌍의 의미를 이해하고, 특정한 조건을 만족하는 순서쌍을 직접 나열하여 봄으로써 해당 경우의 수를 구해보도록 한다.

- 동전을 던져서 앞면 또는 뒷면이 나오는 사건을 A, 주사위를 던져서 나온 눈의 수에 대한 사건을 B라 할 때, 학생 활동지의 **활동 2-1** 를 통해, 순서쌍의 개념을 이해하고, 두 사건을 동시에 수행하여 나온 결과를 순서쌍으로 직접 표현해 보게 한다.

학생 응답의 예

활동 2-1 동전과 주사위를 동시에 던질 때, 다음 사건의 결과를 모두

나열해 보자.

A: 앞면(H), 뒷면(T)

1) 동전을 던져서 나오는 앞면 또는 뒷면의 사건 A

B: 1, 2, 3, 4, 5, 6

2) 주사위를 던져서 나오는 눈의 사건 B

- 학생 활동지 **활동 2-2**에서는 **활동 2-1** 에서 구한 결과를 토대로, 동전과 주사위를 동시에 던질 때 나오는 사건 A와 B의 결과를 표를 이용하여 나타낼 수 있게 한다.

학생 응답의 예

활동 2-2 동전을 던져 나오는 사건을 A, 주사위를 던져 나오는 눈의 수에 대한 사건을 B라 할 때, 다음 표의 빈칸에 A와 B의 결과를 모두 나열해 보자.

A	B
앞면(H)	1, 2, 3, 4, 5, 6
뒷면(T)	1, 2, 3, 4, 5, 6

- **활동 2-3**에서는 **활동 2-2** 에서 구한 표를 통해, 동전과 주사위를 동시에 던질 때 나오는 사건 A와 B의 결과를 순서쌍을 이용하여 동시에 나타낼 수 있음을 이해하게 하고, 학생들이 그 결과를 직접 나타내 보도록 한다.

학생 응답의 예

활동 2-3 동전을 던져 나오는 사건을 A, 주사위를 던져 나오는 눈의 수에 대한 사건을 B라 할 때, **활동 2-2** 의 표를 보고 순서쌍 (A, B)의 결과를 모두 나열하고, 서로 다른 순서쌍 (A, B)의 개수가 몇 개인지 구해 보자.

A	B
앞면(H)	1, 2, 3, 4, 5, 6
뒷면(T)	1, 2, 3, 4, 5, 6

(A, B)를 나열하면
 (앞면, 1), (앞면, 2), (앞면, 3)
 (앞면, 4), (앞면, 5), (앞면, 6)
 (뒷면, 1), (뒷면, 2), (뒷면, 3)
 (뒷면, 4), (뒷면, 5), (뒷면, 6)

이므로 (A, B)의 개수는 12이다.

전개 3

간단한 경우의 수를 직접 나열하여 구하는 과정에서 자신만의 일정한 규칙을 발견하여 봄으로써 효과적으로 경우의 수를 세는 방법을 찾아보도록 한다.

➡ 두 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수에 대하여 **활동 3-1** 에 제시된 문제를 통해 주사위의 두 눈의 차가 1인 경우를 찾아 나열하여 보도록 한다.


학생 응답의 예

활동 3-1 주사위 두 개를 동시에 던져서 나온 눈의 수의 차가 1이 되는 경우에 대하여 다음과 같은 물음에 답하시오.

- 1) 한 주사위의 눈의 수가 1일 때, 다른 주사위의 눈의 수를 구해 보자.
- 2) 한 주사위의 눈의 수가 5일 때, 다른 주사위의 눈의 수를 구해 보자.

1) 2
 두 주사위의 눈의 수의 차가 1이라고 하였으므로, 한 주사위의 눈의 수가 1이면 다른 주사위의 눈의 수는 2가 되어야 한다.

2) 4 또는 6
 두 주사위의 눈의 수의 차가 1이라고 하였으므로, 한 주사위의 눈의 수가 5이면 다른 주사위의 눈의 수는 5보다 1 작은 4이거나, 5보다 1 큰 6이 되어야 한다.

 **활동 3-2**에서는 **활동 3-1**에서 구한 결과를 토대로, 두 주사위의 눈의 수의 차가 1이 되는 경우를 모두 나열하여 보게 한다. 이때, 결과를 보다 효율적으로 나열하는 방법을 설명하게 한다.

학생 응답의 예

활동 3-2 두 주사위의 눈의 수를 각각 A, B라 할 때, 순서쌍 (A, B)를 이용하여 두 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수의 차가 1이 되는 경우를 다음의 방법으로 구하시오.

1-1) A가 B보다 1만큼 작은 경우를 모두 나열해 보자.

1-2) A가 B보다 1만큼 큰 경우를 모두 나열해 보자.

2) A가 1부터 6까지 점점 커져갈 때, 각각에 대하여 A와 1만큼 차이가 나는 B를 모두 구하여 나열해 보자.

1-1) (A, B)에서 $A=B-1$ 이므로
(1,2), (2,3), (3,4),
(4,5), (5,6)

1-2) (A, B)에서 $A=B+1$ 이므로
(2,1), (3,2), (4,3),
(5,4), (6,5)

2) A=1일 때 (1,2)
A=2일 때 (2,1), (2,3)
A=3일 때 (3,2), (3,4)
A=4일 때 (4,3), (4,5)
A=5일 때 (5,4), (5,6)
A=6일 때 (6,5)

교사용 TIP

(A, B)를 나열할 때, A의 값이나 B의 값이 작은 수에서 큰 수까지 점점 커지는 경우, 또는 큰 수에서 작은 수까지 점점 작아지는 경우 등으로 구분하여 각각의 경우를 모두 나열하게 하여, 구하고자 하는 모든 경우가 빠짐없이 나열될 수 있는지를 파악하도록 하는 것이 필요하다.

학습 내용 정리 및 평가

마무리 활동

p17~18. 마무리 활동지

학습 내용 정리

◇ 사건

- 실험이나 관찰에 의하여 나타나는 결과를 사건이라 한다.
예) 주사위를 던질 때 ‘홀수의 눈이 나온다.’, ‘6의 약수의 눈이 나온다.’

◇ 경우의 수

- 어떤 사건이 일어나는 경우에 대한 가짓수를 경우의 수라 한다.

〈경우의 수에서 주로 나오는 개념〉

◇ 약수

- 어떤 자연수의 약수는 그 자연수를 나누어떨어지게 하는 수를 말한다.
예) $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$ 이므로 6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.

◇ 소수(prime number)

- 약수의 개수가 2개인 자연수, 즉 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 자연수를 소수라 한다.
예) $7 = 1 \times 7$ 뿐이므로 7의 약수는 1과 7 자신뿐이다. 따라서 7은 소수이다.

◇ 합성수(composite number)

- 약수의 개수가 3개 이상인 자연수, 즉 1과 자기 자신을 제외한 수를 약수로 가지는 자연수를 합성수라 한다.
예) $4 = 1 \times 4 = 2 \times 2$, $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$ 등과 같이 4와 6은 1과 자기 자신을 제외한 자연수를 약수로 가진다. 따라서 4와 6은 모두 합성수이다.
※) 자연수 1의 약수는 1뿐이지만 1은 소수도 아니고 합성수도 아닌 자연수로 정의한다. 1을 소수로 생각하여 세지 않도록 주의해야 한다.

◇ 순서쌍

- 순서를 생각하여 두 수나 두 대상의 결과를 짝지어 나타낸 것을 순서쌍이라고 한다.
예) $a + b = 3$ 을 만족하는 두 자연수 a, b 의 값은 $a = 1$ 일 때, $b = 2$ 이고, $a = 2$ 일 때 $b = 1$ 이다. 한편 a 가 3 이상일 때 b 는 0 이하가 되므로 자연수가 아니다. 따라서 구하는 a, b 의 값을 순서쌍 $(1, 2), (2, 1)$ 로 나타낼 수 있다.

활동지 예상 답안 및 풀이

- ① 한 개의 주사위를 던질 때, 소수의 눈이 나오는 경우를 모두 나열하시오.

2, 3, 5

주사위의 눈은 1부터 6까지이고, 그 중 소수는 2, 3, 5뿐이다.

- 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.
- $4 = 1 \times 4 = 2 \times 2$ 로 1과 4외에 2를 약수로 가지는 합성수이다.
- $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$ 으로 1과 6외에 2와 3을 약수로 가지는 합성수이다.

- ② 30이하의 자연수 중에서 하나의 수를 고를 때 5의 배수를 고를 경우의 수를 구하시오.

6

30이하의 자연수 중에서 5의 배수를 작은 수부터 나열하면,

5, 10, 15, 20, 25, 30

이므로 구하는 경우의 수는 6이다.

- ③ 두 자연수 a, b 에 대하여 $ab = 10$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 를 모두 나열하시오.

$10 = 1 \times 10 = 2 \times 5$ 이므로

$a = 1$ 일 때, $b = 10$ 에서 $(1, 10)$

$a = 2$ 일 때, $b = 5$ 에서 $(2, 5)$

$a = 5$ 일 때, $b = 2$ 에서 $(5, 2)$

$a = 10$ 일 때, $b = 1$ 에서 $(10, 1)$

이다. 즉 구하는 순서쌍을 모두 나열하면 $(1, 10), (2, 5), (5, 2), (10, 1)$

이런 점이 궁금해요

Q 1은 소수인가요? 아니면 합성수인가요?

A 소수는 2 이상의 자연수 중에서 1과 자기 자신을 약수로 가지는 수이고, 합성수는 1과 자기 자신 외에 다른 자연수를 약수로 가지는 수입니다. 1은 소수도 아니고 합성수도 아닌 수로 정의됩니다. 자연수를 인수분해하여 소수인 인수들의 곱으로 나타낸 것을 소인수분해라고 하는데, 자연수를 소인수분해하여 나타낸 표현은 유일하다고 알려져 있습니다. 예를 들어 12를 소인수분해하면 $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$ 로 나타낼 수 있는데, 만약 1을 소수로 분류한다면 $2^2 \times 3 = 1 \times 2^2 \times 3 = 1^2 \times 2^2 \times 3 = 1^3 \times 2^2 \times 3 = \dots$ 등과 같이 소인수분해 표현이 무한히 많아지게 됩니다. 이러한 이유에서 1은 소수가 아닌 수로 정의한답니다.

Q 1과 4를 더하면 5인데, 순서쌍에서 (1,4)와 (4,1)은 다른 경우인가요?

A 순서쌍 (a, b) 는 a 와 b 의 값을 차례로 나타낸 것으로 앞에 적힌 수는 a 의 값을 나타내고, 뒤에 적힌 수는 b 의 값을 나타낸 것입니다. 따라서 (1,4)는 $a = 1$ 이고 $b = 4$ 인 경우를 나타낸 것이며, (4,1)은 $a = 4$ 이고 $b = 1$ 인 경우를 나타낸 것으로 두 순서쌍은 서로 다른 것입니다.

참고 자료

출처

- 선우하식, 김명수, 송윤호, 설정수, 박민규, 박성훈. (2021). 고등학교 기본 수학. 서울: 천재교과서. pp. 10-15.

특성화고·마이스터고 기초학력 향상 프로그램(hijump.or.kr) 연계 안내

(<http://www.hijump.or.kr/standard/study/studylink.jsp?subgubun=ma>)

영역	단원	차시
불확실성	경우의 수	• 사건과 경우의 수

참고 자료

- EBSmath(<http://www.ebsmath.co.kr>)에 탑재된 동영상(중학수학-중2-확률과 통계-경우의수) “사건과 경우의 수”.

진단평가 활동지

① 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오는 경우의 수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

② 100이하의 자연수에서 하나의 수를 고를 때, 다음을 구하시오.

1) 홀수를 고르는 경우의 수

2) 10의 약수를 고르는 경우의 수

③ $a+b=7$ 을 만족시키는 두 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.

기초학습 활동지

기초학습 개념 잡고 가기

◇ 사건

- 실험이나 관찰에 의하여 나타나는 결과를 사건이라 한다.
예) 주사위를 던질 때 ‘홀수의 눈이 나온다.’, ‘6의 약수의 눈이 나온다.’

◇ 경우의 수

- 어떤 사건이 일어나는 경우에 대한 가짓수를 경우의 수라 한다.

기초학습 활동 문제

① 10 이하의 자연수 중에서 하나의 수를 고를 때, 다음 사건을 구하시오.

1) 3의 배수가 나오는 사건

2) 소수가 나오는 사건(소수란 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수를 말한다.)

② 가위바위보를 할 때 한 사람이 낼 수 있는 경우의 수는?

① 1 ② 2 ③ 3

학생 활동지



제목

어떻게 하면 경우의 수를 빠르게 구할 수 있을까?

활동 1-1 아래의 표에서 주어진 자연수의 약수를 모두 찾아 빈칸에 쓰시오.

자연수	약수	자연수	약수
1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

활동 1-2 위의 **활동 1-1**의 작성 결과를 보고, 해당 자연수가 소수인 경우 $\sqrt{\quad}$ 표시하시오.

자연수	약수	소수	자연수	약수	소수
1			11		
2			12		
3			13		
4			14		
5			15		
6			16		
7			17		
8			18		
9			19		
10			20		

활동 1-3 **활동 1-2**의 표에 제시된 자연수에서 소수를 찾아 모두 나열하고, 20 이하의 자연수 중에서 소수가 몇 개인지 말해 보자.

활동 2-1 동전과 주사위를 동시에 던질 때, 다음 사건의 결과를 모두 나열해 보자.

1) 동전을 던져서 나오는 앞면 또는 뒷면의 사건 A

--

2) 주사위를 던져서 나오는 눈의 사건 B

--

활동 2-2 동전을 던져 나오는 사건을 A, 주사위를 던져 나오는 눈의 수에 대한 사건을 B라 할 때, 다음 표의 빈칸에 A와 B의 결과를 모두 나열해 보자.

A	B

활동 2-3 동전을 던져 나오는 사건을 A, 주사위를 던져 나오는 눈의 수에 대한 사건을 B라 할 때, **활동 2-2**의 표를 보고 순서쌍 (A, B)의 결과를 모두 나열하고, 서로 다른 순서쌍 (A, B)의 개수가 몇 개인지 구해 보자.

--

활동 3-1 주사위 두 개를 동시에 던져서 나온 눈의 수의 차가 1이 되는 경우에 대하여 다음과 같은 물음에 답하시오.

1) 한 주사위의 눈의 수가 1일 때, 다른 주사위의 눈의 수를 구해 보자.

2) 한 주사위의 눈의 수가 5일 때, 다른 주사위의 눈의 수를 구해 보자.

활동 3-2 두 주사위의 눈의 수를 각각 A, B라 할 때, 순서쌍 (A, B)를 이용하여 두 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수의 차가 1이 되는 경우를 다음의 방법으로 구하시오.

1-1) A가 B보다 1만큼 작은 경우를 모두 나열해 보자.

1-2) A가 B보다 1만큼 큰 경우를 모두 나열해 보자.

2) A가 1부터 6까지 점점 커져갈 때, 각각에 대하여 A와 1만큼 차이가 나는 B를 모두 구하여 나열해 보자.

마무리 활동지

학습내용 정리

◇ 사건

- 실험이나 관찰에 의하여 나타나는 결과를 사건이라 한다.
예) 주사위를 던질 때 ‘홀수의 눈이 나온다.’, ‘6의 약수의 눈이 나온다.’

◇ 경우의 수

- 어떤 사건이 일어나는 경우에 대한 가짓수를 경우의 수라 한다.

〈경우의 수에서 주로 나오는 개념〉 - 참고자료

◇ 약수

- 어떤 자연수의 약수는 그 자연수를 나누어떨어지게 하는 수를 말한다.
예) $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$ 이므로 6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.

◇ 소수(prime number)

- 약수의 개수가 2개인 자연수, 즉 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 자연수를 소수라 한다.
예) $7 = 1 \times 7$ 뿐이므로 7의 약수는 1과 7 자신뿐이다. 따라서 7은 소수이다.

◇ 합성수(composite number)

- 약수의 개수가 3개 이상인 자연수, 즉 1과 자기 자신을 제외한 수를 약수로 가지는 자연수를 합성수라 한다.
예) $4 = 1 \times 4 = 2 \times 2$, $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$ 등과 같이 4와 6은 1과 자기 자신을 제외한 자연수를 약수로 가진다. 따라서 4와 6은 모두 합성수이다.
※) 자연수 1의 약수는 1뿐이지만 1은 소수도 아니고 합성수도 아닌 자연수로 정의한다. 1을 소수로 생각하여 세지 않도록 주의해야 한다.

◇ 순서쌍

- 순서를 생각하여 두 수나 두 대상의 결과를 짝지어 나타낸 것을 순서쌍이라고 한다.
예) $a + b = 3$ 을 만족하는 두 자연수 a, b 의 값은 $a = 1$ 일 때, $b = 2$ 이고, $a = 2$ 일 때 $b = 1$ 이다. 한편 a 가 3 이상일 때 b 는 0 이하가 되므로 자연수가 아니다. 따라서 구하는 a, b 의 값을 순서쌍 (1, 2), (2, 1)로 나타낼 수 있다.

마무리 활동 문제

① 한 개의 주사위를 던질 때, 소수의 눈이 나오는 경우를 모두 나열하시오.

② 30 이하의 자연수 중에서 하나의 수를 고를 때 5의 배수를 고를 경우의 수를 구하시오.

③ 두 자연수 a, b 에 대하여 $ab = 10$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 를 모두 나열하시오.