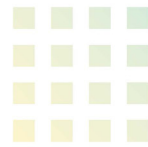


4 이차함수의 그래프는 어떤 성질이 있을까?(3)



주제 개요

기본 수학 성취기준	[12기수02-06] 이차함수의 뜻을 알고, 이차함수 그래프의 성질을 이해한다.
차시명	Ⅲ. 방정식과 부등식 ② 이차함수와 그 그래프의 성질 ④ 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프의 성질(1/1차시)
학 습 목 표	<ul style="list-style-type: none"> 이차함수 $y = a(x - p)^2$의 그래프를 그릴 수 있다. 이차함수 $y = a(x - p)^2$의 그래프의 성질을 이해한다.
주 요 활 동	<ul style="list-style-type: none"> 이차함수 $y = (x - 1)^2$의 그래프 그리기 공학적 도구를 이용하여 이차함수 $y = (x - p)^2$의 그래프를 관찰하기 이차함수 $y = a(x - p)^2$의 그래프의 성질 알아보기 이차함수 $y = 2(x - 2)^2$의 그래프 그리기
선수학습 주제	좌표, 순서쌍, x 좌표, y 좌표, 원점, 좌표축, x 축, y 축, 좌표평면, 그래프

수업 준비하기

● 수업 전 준비할 일

- EBSmath(<http://www.ebsmath.co.kr>)에 탑재된 이차함수와 관련된 영상을 시청해보고 이 영상을 어떻게 활용할 것인지 계획한다.
- 교실의 컴퓨터가 정상적인지를 확인하고, 전자칠판 및 프로젝션 TV가 이상 없이 조작할 수 있도록 미리 점검한다.
- 교실(수학 교과 교실) 컴퓨터에서 멀티미디어 자료가 실행되는지 확인한다. EBSmath 영상자료(<http://www.ebsmath.co.kr>), 알지오매스(<https://www.algeomath.kr>)를 활용할 수 있는지 확인한다.
- 학생용 활동지 및 마무리 활동 문제 자료를 작성한다.
- 학생용 활동지와 교사용 지도서를 바탕으로 어떻게 지도할 것인지 수업계획을 수립한다.
- 모둠별로 pc 또는 노트북을 한 대씩 준비하고 인터넷이 되는지 확인한다.

● 수업에 필요한 모둠 편성 방법

- 학생들의 수준과 성향에 따라 개인별 학습과 모둠학습이 모두 가능하다. 단 모둠을 편성하여 진행할 경우, 각 모둠 인원은 4~5명을 기준으로 편성하며, 가능하면 학생 수준은 상, 중, 하 수준으로 모둠을 구성하는 것이 좋다. 또, 모둠별로 조장(대표자)을 선정하여 모둠원에게 도움을 줄 수 있도록 한다. 모둠학습의 효과가 나타날 수 있도록 사전에 편성 및 지도계획을 수립해야 한다.
- 수업에 필요한 기자재: 빔프로젝터 또는 대형 TV, 인터넷
- 학생 준비물: 개인별 활동지, 교과서, 노트, 필기구
- 모둠별 준비물: pc 또는 노트북

기초 실력 쌓기

● 출석 확인 및 단원 소개

- 학생들의 출석 현황을 출석부에 기록을 하고, 오늘 배울 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프에 대한 수업 진행 방향 및 순서를 학생들에게 설명해준다.

● 학습동기유발

- 교사는 TV를 이용하여 이차함수의 개념이 일상생활에 사용되고 있는 것을 보여준다.
- 교사는 탐구 문제를 제시하고, 학생들은 모니터를 보며 탐구 문제를 해결한다.

● 진단평가 및 기초학습

본 차시에서 학습할 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프를 그리고, 그 그래프의 성질을 이해하기 위해서는 이전 차시에서 학습한 이차함수 $y = ax^2$ 에 대한 전반적인 내용에 대하여 알고 있어야 한다. 또한 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프가 $(p, 0)$ 를 지난다는 사실을 알고 있어야 한다. 기초 실력 쌓기 단계에서는 본 차시 학습에 필요한 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프가 $(p, 0)$ 를 지난다는 사실을 알고 있는지를 활동지를 활용하여 학생들의 이해를 도와 본 차시 수업의 기초를 튼튼히 하도록 한다. 기초 실력 쌓기 단계는 <진단평가>로 이루어져 있으며 <진단평가>의 활용 여부와 순서는 학생들의 수준 및 수업 계획에 따라 적절히 결정한다.

① 진단평가

p12. 진단평가 활동지

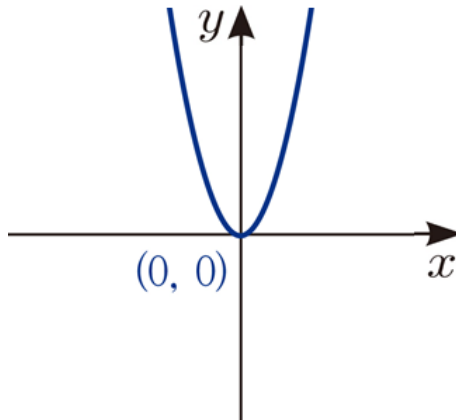
진단평가에서는 본 차시에서 학습할 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프를 그리기 위해서 이전 차시에서 학습한 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 그릴 수 있으며 그래프의 축과 꼭짓점을 찾을 수 있어야 한다. 또한 중학교에서 학습한 일차함수 $y = a(x - p)$ 의 그래프가 $(p, 0)$ 을 지난다는 사실을 알고 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프가 $(p, 0)$ 을 지난다는 사실을 알고 있는지를 활동지를 활용하여 학생들의 이해를 돕는다.

➡ 이전 차시에서 학습한 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 그릴 수 있는지 학생들에게 묻고 학생들에게 진단평가 활동지를 풀어보도록 한다. 또 일차함수 $y = 2(x-1)$, $y = 2(x-3)$ 의 그래프가 지나는 점을 구하고, 이차함수 $y = 2(x-1)^2$, $y = 2(x-3)^2$ 의 그래프가 지나는 점을 구해보도록 한다.

활동지 예상 답안 및 풀이

① 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프의 그래프를 그리고 축과 꼭짓점을 구해보자.

① 축: y 축
꼭짓점의 좌표: $(0, 0)$



② 그래프 $y = 2(x-1)$ 이 $(a, 0)$ 을 지날 때 a 의 값을 구하면?

② 1

③ 그래프 $y = 2(x-3)$ 이 $(3, b)$ 를 지날 때 b 의 값을 구하면?

③ 0

④ 그래프 $y = 2(x-1)^2$ 이 $(a, 0)$ 을 지날 때 a 의 값을 구하면?

④ 1

⑤ 그래프 $y = 2(x-3)^2$ 이 $(3, b)$ 를 지날 때 b 의 값을 구하면?

⑤ 0

② 학습 목표 제시

- 본 수업의 학습 목표를 제시하고 학생들에게 학습 목표를 인지시킨다.
- 학습 목표: 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프를 그릴 수 있다.

이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프의 성질을 이해한다.

본 차시 수업하기

도입

p13. 학생 활동지

본 차시에서 학습할 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프를 그리기 위해서는 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 그릴 수 있고, 그래프의 축과 꼭짓점을 찾을 수 있어야 한다. 도입 단계에서는 x 의 값에 대하여 이차함수 $y = x^2$, $y = (x-1)^2$ 의 함숫값을 나타낸 표와 그 그래프를 서로 비교함으로써 이차함수의 그래프가 x 축 방향으로 평행이동함을 이해하게 한다.

모둠별로 토론과 토의를 실시하여 제시된 **활동 1** 를 해결할 수 있도록 한다.

학생 응답의 예

활동 1 이차함수 $y = (x-1)^2$ 의 그래프를 그려보자.

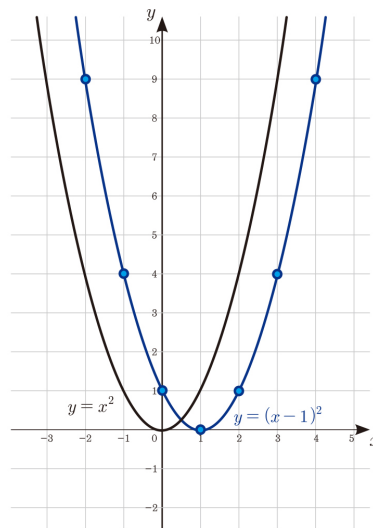
- (1) 두 이차함수 $y = x^2$, $y = (x-1)^2$ 에 대하여 x 의 값에 대응하는 y 의 값을 표로 나타내어 보자.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = x^2$...	9	4	1	0	1	4	9	...
$y = (x-1)^2$...	16	9	4	1	0	1	4	...

- (2) 두 이차함수 $y = x^2$, $y = (x-1)^2$ 의 함숫값을 비교하여 말해보자.

- (3) 두 이차함수 $y = x^2$, $y = (x-1)^2$ 의 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점들을 좌표평면 위에 나타내어 보자.

- (4) 좌표를 연결하여 이차함수 $y = (x-1)^2$ 의 그래프를 그려보자.



(2) x 의 값이 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ 일 때의 이차함수 $y = x^2$ 의 함숫값과 x 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 일 때의 이차함수 $y = (x-1)^2$ 의 함숫값이 각각 같음을 알 수 있다.

교사 설명의 예

활동 1 에서 x 의 값이 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ 일 때의 이차함수 $y = x^2$ 의 함숫값과 x 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 일 때의 이차함수 $y = (x-1)^2$ 의 함숫값이 각각 같음을 알 수 있다.

따라서 이차함수 $y = (x-1)^2$ 의 그래프는 그림과 같이 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것과 같다.

전개 1

도입단계에서는 본 차시 학습에 필요한 순서쌍을 이용한 이차함수를 그리기를 할 수 있는지 확인하기 위하여 모둠 활동을 통해 학생 스스로 순서쌍을 찾고 그래프를 그리는 탐구활동을 하게 한다. 학생들의 탐구활동 결과를 토대로 x 의 값이

$-3, -2, -1, 0, 1, 2$ 일 때의 이차함수 $y = x^2$ 의 함숫값과 x 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 일 때의 이차함수 $y = (x-1)^2$ 의 함숫값이 각각 같음을 알고, 이차함수 $y = (x-1)^2$ 의 그래프는 그림과 같이 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것을 알게 되었다. 이제는 공학적 도구를 이용하여 이차함수 $y = (x-p)^2$ 의 그래프가 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 것임을 알게 한다. 그리고 EBSmath 동영상 자료를 시청하면서 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프의 성질을 정리하여 써보게 함으로써 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프의 성질을 명확하게 이해할 수 있도록 한다.

활동 2에서는 공학적 도구를 이용하여 두 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = (x-p)^2$ 의 그래프를 그려본다. 학생들은 공학적 도구를 이용하여 상수 p 에 대한 슬라이더를 움직이며 이차함수 $y = (x-p)^2$ 의 그래프의 변화를 관찰하고, 상수 p 의 값에 따라 이차함수 $y = (x-p)^2$ 의 그래프가 어떻게 움직이는지 알게 된다.

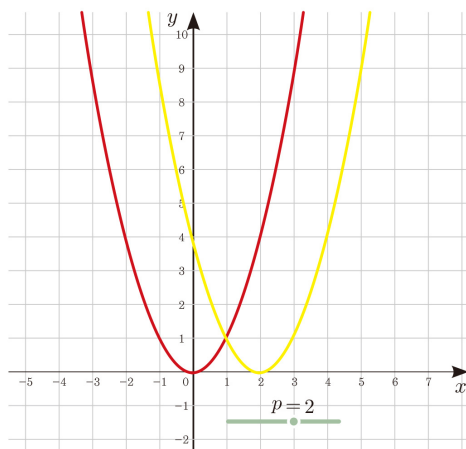
교사용 TIP

공학적 도구의 슬라이더 기능을 설명하고, 슬라이더를 움직이면서 이차함수 $y = (x-p)^2$ 의 그래프가 어떻게 움직이는지 직관적으로 알게 한다. 이때 p 의 값의 간격과 범위를 바꿔 그래프의 평행이동을 살펴볼 수 있게 한다.

학생 응답의 예

활동 2 아래 그림은 공학적 도구를 이용하여 두 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = (x-p)^2$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자.
(단, p 는 상수이다.)

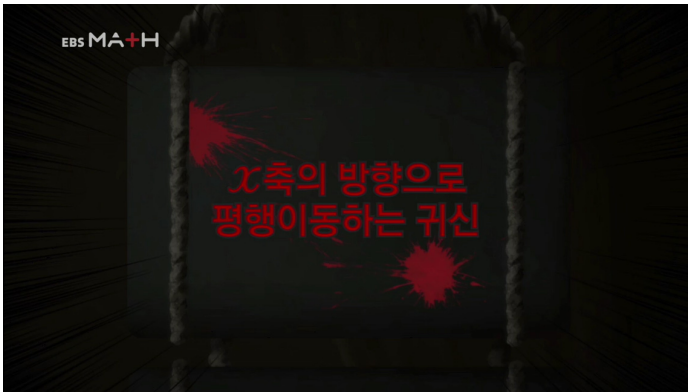
(1) 이차함수 $y = (x-p)^2$ 의 그래프는 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하여 움직인다.



(1) 상수 p 에 대한 슬라이더를 움직이며 이차함수 $y = (x-p)^2$ 의 그래프의 변화를 관찰하고, 상수 p 의 값에 따라 이차함수 $y = (x-p)^2$ 의 그래프가 어떻게 움직이는지 말해 보자.

- **활동 2** 에서 학생들은 이차함수 $y = (x - p)^2$ 의 그래프는 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하여 움직임을 알게 되었다. **활동 3**에서는 EBSmath에 탑재되어있는 “이차함수 $y = (x - p)^2$ 의 그래프 그리기”이란 제목의 영상을 시청하며 지금까지 학습한 내용을 정리하게 한다.

EBSmath 영상



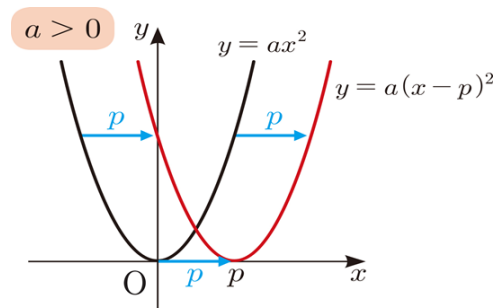
이차함수 $y = (x - p)^2$ 의 그래프 그리기
<http://www.ebsmath.co.kr/url/go/12511>

학생 응답의 예

활동 3 EBSmath에 탑재되어있는 “이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프 그리기”이란 제목의 영상을 시청하며 지금까지 학습한 내용을 정리해 보자.

◇ 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프

- ① 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 (p)만큼 평행이동한 것이다.
- ② ($x = p$)을 축으로 하고, 점 ($p, 0$)를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.



전개 2

학생들의 탐구활동 결과를 통해 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동시킨 그래프라는 사실을 알게 되었다. 그리고 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프의 성질을 알게 되었다. 예를 들어 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프를 그려보고 본 차시에서 알게 된 내용을 확인한다.

- **활동 4** 에서 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프를 그려보는 탐구활동을 한다. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프를 그려본다. 그리고 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프를 그리고 축과 꼭짓점을 찾아보도록 한다.

학생 응답의 예

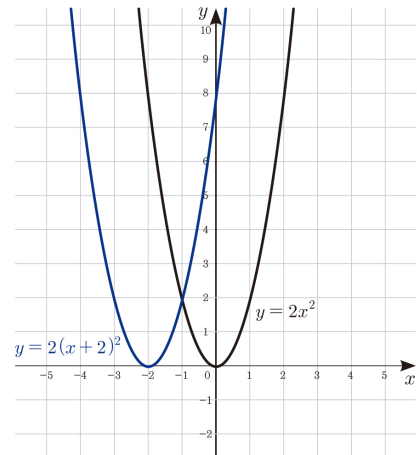
활동 4 이차함수 $y = 2(x+2)^2$ 의 그래프를 그려보자.

(1) 다음 문장을 완성하고, 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수 $y = 2(x+2)^2$ 의 그래프를 그려보자.

이차함수 $y = 2(x+2)^2$ 의 그래프는 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 (-2) 만큼 평행이동하여 그릴 수 있다.

(2) 이차함수 $y = 2(x+2)^2$ 의 그래프를 보고, 그 성질을 말해보자.

이차함수 $y = 2(x+2)^2$ 의 그래프는 $(x = -2)$ 을 축으로 하고, 점 $(-2, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.



학습 내용 정리 및 평가

마무리 활동

p16. 마무리 활동지

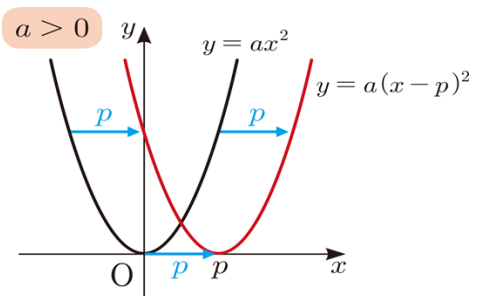
본 차시에서 학습한 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프의 성질을 학생들이 알고 있는지 확인하고, 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프를 그리고 활동지 문제를 풀도록 하여 학생들의 이해를 돕도록 한다.

➡ 교사는 미리 준비해둔 멀티미디어 자료를 이용하여 본시 학습 내용을 정리하여 주고, 학생들은 본시에 학습한 내용을 상기한다.

학습 내용 정리

◇ 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프

- ① 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 것이다.
- ② 직선 $x = p$ 를 축으로 하고, 점 $(p, 0)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.



→ 교사는 학생들이 **마무리 활동** 문제를 모두 해결한 후, 학생들에게 **마무리 활동** 문제의 답을 확인시킨다.

활동지 예상 답안 및 풀이

① 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하고, 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동 한 것인지 말하시오.

(1) $y = -(x-2)^2$

(1) 2

꼭짓점의 좌표 (2, 0)

(2) $y = -(x+2)^2$

(2) -2

꼭짓점의 좌표 (-2, 0)

(3) $y = -(x-\frac{1}{2})^2$

(3) $\frac{1}{2}$

꼭짓점의 좌표 ($\frac{1}{2}$, 0)

(4) $y = -(x+\frac{1}{3})^2$

(4) $-\frac{1}{3}$

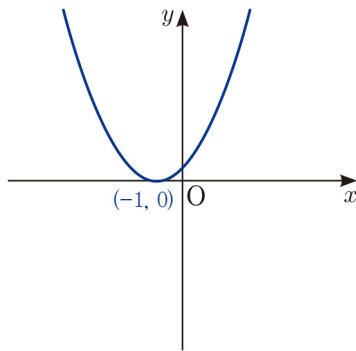
꼭짓점의 좌표 ($-\frac{1}{3}$, 0)

② 다음 이차함수의 그래프 축과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하고 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y = \frac{1}{2}(x+1)^2$

축: $x = -1$

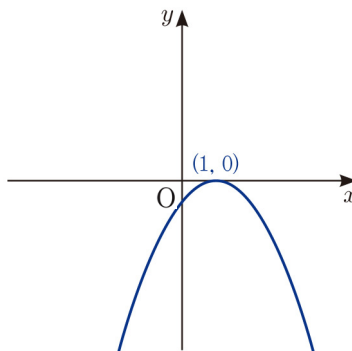
꼭짓점의 좌표: (-1, 0)



(2) $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2$

축: $x = 1$

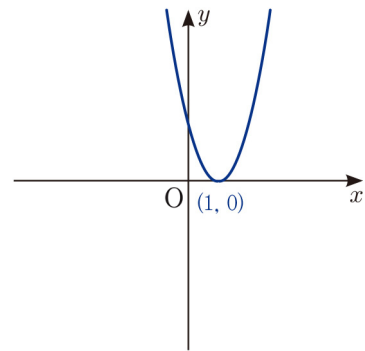
꼭짓점의 좌표: (1, 0)



(3) $y = 2(x-1)^2$

축: $x = 1$

꼭짓점의 좌표: (1, 0)



이런 점이 궁금해요

Q 인터넷이 안되는 교실에서 알지오매스를 사용할 수 있나요?

A 인터넷이 안되는 교실에서 pc로 알지오매스를 이용할 수 없습니다. 하지만 휴대폰으로 알지오매스를 검색하여 알지오매스를 이용할 수 있습니다. 다음 페이지 ‘모바일에서 알지오매스 이용하기’를 참고해주세요.

참고 자료

출처

- 선우하식, 김명수, 송윤호, 설정수, 박민규, 박성훈(2021), 고등학교 기본 수학. 서울: 천재교과서. pp. 74-84.
- 장경윤, 강현영, 김동원, 안재만, 이동환, 홍은지, 이미영, 김민정, 송은영, 하승수, 지영명, 구나영(2020), 중학교 수학3. 서울: 지학사. pp. 98-129.
- 장경윤, 강현영, 김동원, 안재만, 이동환, 홍은지, 이미영, 김민정, 송은영, 하승수, 지영명, 구나영(2020), 중학교 수학3 교사용 지도서. 서울: 지학사. pp. 226-235.
- 황선욱, 강병개, 윤갑진, 이광연, 장홍월, 정종식(2020). 중학교 수학 3 교사용 지도서. 서울: 미래엔. pp. 200-220.

특성화고·마이스터고 기초학력 향상 프로그램(hijump.or.kr) 연계 안내

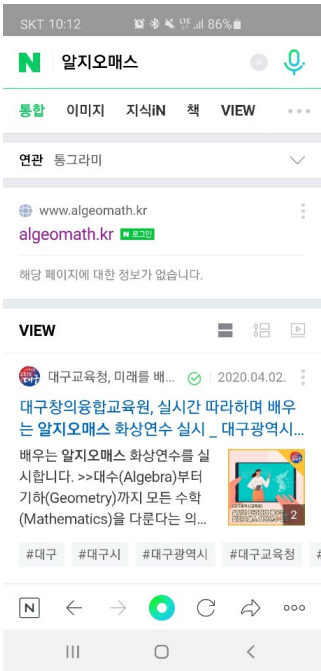

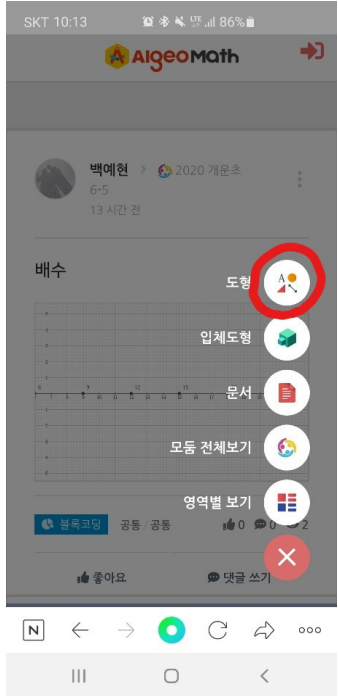
(<http://www.hijump.or.kr/standard/study/studylink.jsp?subgubun=ma>)

영역	단원	차시
변화와 관계	일차함수	• 일차함수의 뜻
	이차함수	• 이차함수의 뜻

참고 자료

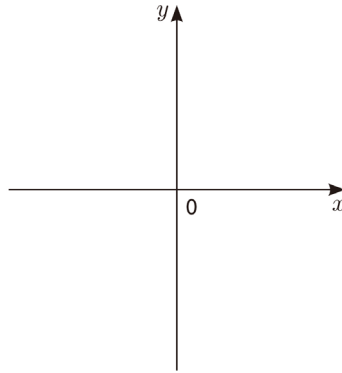
- EBSmath. (2021). “이차함수 $y = (x - p)^2$ 의 그래프 그리기”. <http://www.ebsmath.co.kr/url/go/12511>. (2021.3.16. 검색)

● 모바일에서 알지오매스 사용하기

1단계	2단계	3단계
네이버 혹은 크롬에서 알지오매스 검색하기	알지오매스 창이 열리면 오른쪽 하단의 '+' 기호 클릭하기	도형버튼 클릭하기
		
4단계	5단계	6단계
$f(x)$ 클릭하기	키보드모양을 클릭하여 함수 기입하기	함수 기입하기
		

진단평가 활동지

① 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프의 그래프를 그리고 축과 꼭짓점을 구해보자.



② 그래프 $y = 2(x - 1)$ 은 $(a, 0)$ 을 지날 때 a 의 값을 구하면?

③ 그래프 $y = 2(x - 3)$ 이 $(3, b)$ 를 지날 때 b 의 값을 구하면?

④ 그래프 $y = 2(x - 1)^2$ 은 $(a, 0)$ 을 지날 때 a 의 값을 구하면?

⑤ 그래프 $y = 2(x - 3)^2$ 이 $(3, b)$ 를 지날 때 b 의 값을 구하면?

학생 활동지



제목

이차함수의 그래프는 어떤 모양일까?

활동 1 이차함수 $y = (x - 1)^2$ 의 그래프를 그려보자.

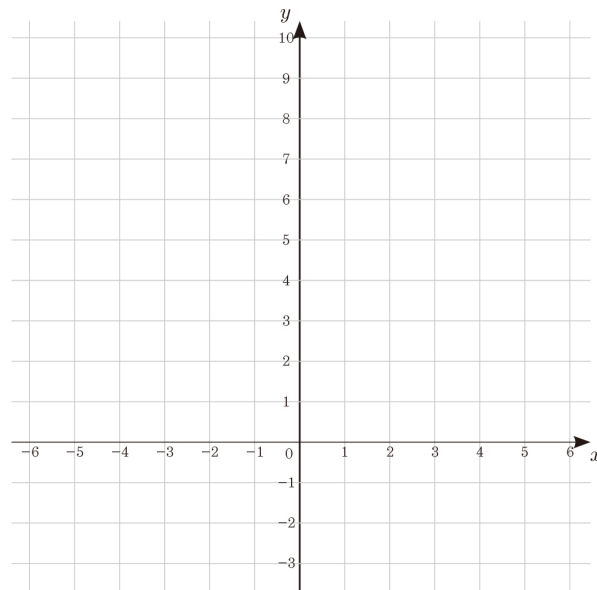
(1) 두 이차함수 $y = x^2$, $y = (x - 1)^2$ 에 대하여 x 의 값에 대응하는 y 의 값을 표로 나타내어 보자.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = x^2$
$y = (x - 1)^2$

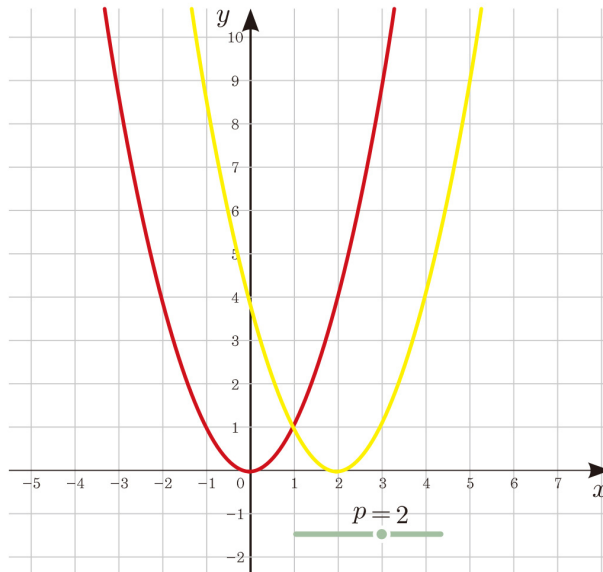
(2) 두 이차함수 $y = x^2$,
 $y = (x - 1)^2$ 의 함숫값을 비교하여 말해보자.

(3) 두 이차함수 $y = x^2$,
 $y = (x - 1)^2$ 의 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점들을 좌표평면 위에 나타내어 보자.

(4) 좌표를 연결하여 이차함수 $y = (x - 1)^2$ 의 그래프를 그려보자.



활동 2 아래 그림은 공학적 도구를 이용하여 두 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = (x - p)^2$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자. (단, p 는 상수이다.)

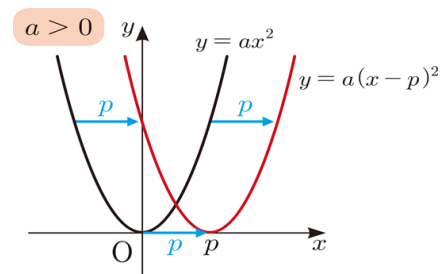


- (1) 상수 p 에 대한 슬라이더를 움직이며 이차함수 $y = (x - p)^2$ 의 그래프의 변화를 관찰하고, 상수 p 의 값에 따라 이차함수 $y = (x - p)^2$ 의 그래프가 어떻게 움직이는지 말해 보자.

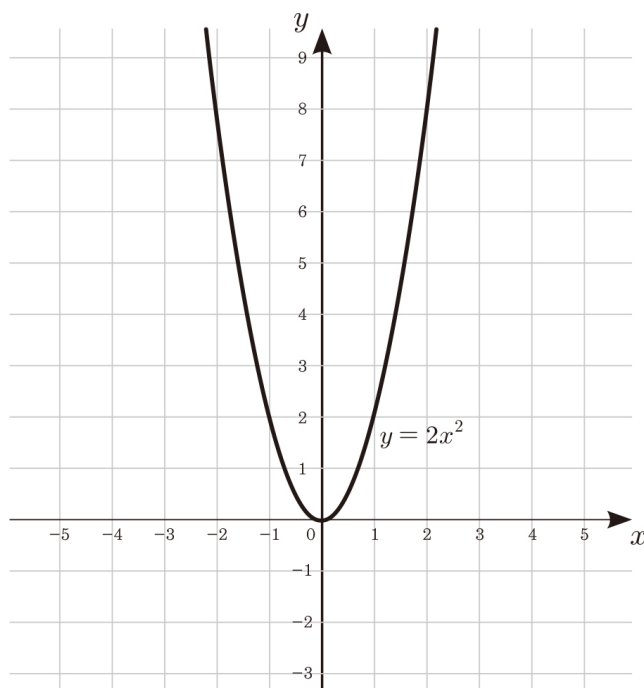
활동 3 EBSmath에 탑재되어있는 “이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프 그리기”이란 제목의 영상을 시청하며 지금까지 학습한 내용을 정리해 보자.

◇ 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프

- ① 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 ()만큼 평행이동한 것이다.
- ② ()을 축으로 하고, 점(,)를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.



활동 4 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프를 그려보자.



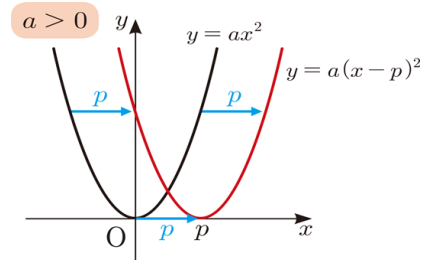
- (1) 다음 문장을 완성하고, 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프를 그려보자.
 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프는 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 ()만큼 평행이동하여
 그릴 수 있다.
- (2) 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프를 보고, 그 성질을 말해보자.
 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프는 ()을 축으로 하고, 점 (,)을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼
 록한 포물선이다.

마무리 활동지

학습내용 정리

◇ 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프

- ① 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 것이다.
- ② 직선 $x = p$ 를 축으로 하고, 점 $(p, 0)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.



마무리 활동 문제

- ① 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하고, 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하시오.

- (1) $y = -(x - 2)^2$
- (2) $y = -(x + 2)^2$
- (3) $y = -(x - \frac{1}{2})^2$
- (4) $y = -(x + \frac{1}{3})^2$

- ② 다음 이차함수의 그래프 축과 꼭짓점의 좌표를 각각 구하고 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2$

(2) $y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2$

(3) $y = 2(x - 1)^2$

