

### ③ 곱의 법칙이란 무엇일까?



#### 주제 개요

|               |  |
|---------------|--|
| 기본 수학<br>성취기준 | [12기수01-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.   |
| 차시명           | I. 경우의 수<br>① 경우의 수<br>① 간단한 경우의 수 구하기(3/3차시)  |
| 학 습 목 표       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 중학교에서 배운 ‘두 사건 <math>A</math>, <math>B</math>가 동시에 일어나는 경우의 수’를 일반화하여 곱의 법칙을 이해한다.</li> <li>• 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.</li> </ul> |
| 주 요 활 동       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 순서쌍을 나열하여 경우의 수 구하기</li> <li>• 수형도를 그려서 경우의 수 구하기</li> <li>• 중간 경우지를 거쳐 이동하는 경우의 수 구하기</li> <li>• 약수의 개수 구하기</li> </ul>                       |
| 관련 선수학습       | 순서쌍, 수형도, 약수, 약수의 개수   |

#### 수업 준비하기

##### ☞ 수업 전 준비할 일

- EBSmath(<http://www.ebsmath.co.kr>)에 탑재된 중2 <확률과 통계> 영역의 <경우의 수>와 관련된 동영상 “두 사건  $A$ ,  $B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수”의 내용을 보고 어떻게 활용할 것인지 계획한다.
- 학생용 활동지와 교사용 지도서를 바탕으로 어떻게 지도할 것인지 수업계획을 수립한다.

##### ☞ 수업에 필요한 모둠 편성 방법

- 학생들의 수준과 성향에 따라 개인별 학습과 모둠학습이 모두 가능하다. 단 모둠을 편성하여 진행할 경우, 모둠학습의 효과가 나타날 수 있도록 사전에 편성 및 지도계획을 수립해야 한다. 모둠을 편성하는 경우 3~4명을 한 모둠으로 구성하는 것이 효율적이며, 모둠 내에서 학생들끼리 협력학습이 이루어질 수 있도록 다른 수준의 학생들이 고르게 섞는 방식을 추천한다.

## 기초 실력 쌓기

### ● 출석 확인 및 단원 소개

- 이 단원에서는 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구하는 방법을 알아본다.

### ● 학습동기유발

- 교사는 준비해놓은 멀티미디어 자료를 이용하여 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구하는 것이 일상생활에 사용되고 있는 것을 프로젝션 TV를 이용하여 보여준다.
- 교사는 탐구 문제를 제시하고, 학생들은 모니터를 보며 탐구 문제를 해결한다.

### ● 진단평가 및 기초학습

본 차시에서 학습할 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구하기 위해서는 중학교에서 학습한 “두 사건  $A$ ,  $B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수”를 구하는 과정을 이해하고 이를 바로 적용하면 된다. 특히 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구하기 위해서는 사건  $A$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수가 모두 같아야 한다는 것을 파악하고 있어야 한다. 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구하는 것은 두 사건  $A$ ,  $B$ 가 일어나는 경우의 수를 알고 있을 때, 모든 경우를 직접 나열해 보지 않더라도 전체 사건의 경우의 수를 보다 효율적으로 구하는 방법이라는 것을 인식하게 하는 것이 중요하다. 기초실력 쌓기 단계는 <진단평가>와 <기초학습>으로 이루어져 있으며 <진단평가>와 <기초학습>의 활용 여부와 순서는 학생들의 수준 및 수업 계획에 따라 적절히 결정한다.

#### ① 진단평가

p13. 진단평가 활동지

진단평가에서는 중학교에서 배운 “두 사건  $A$ ,  $B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수”의 뜻을 알고 있는지 학생들에게 묻고, 잘 모르는 학생이 있으면 사건  $A$ 와 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수를 각각 구하게 한 후, 사건  $A$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여 사건  $B$ 가 일어나는 각각의 경우를 쌓을 지어서 순서쌍을 만들어보게 하거나, 수형도를 그려 보게 하여 전체 경우의 수를 직접 나열하여 보게 한 다음, 그 결과가 두 사건이 일어나는 경우의 수를 곱한 결과와 같다는 것을 확인할 수 있도록 한다. 이와 같이 진단평가의 풀이에서는 두 사건이 동시에 또는 잇달아 일어나는 상황에서 경우의 수를 직접 나열하여 구하는 과정을 통해 곱의 법칙을 이해할 수 있는 경험을 제공하는 것이 중요하다.

- ➡ 중학교에서 배운 “두 사건  $A$ ,  $B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수”를 학생들이 구할 수 있는지를 진단평가 활동지를 통해 확인하고, 이를 제대로 구하지 못하는 학생이 있으면, 사건  $A$ 와 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수를 각 사건에 속하는 경우를 직접 나열하여 구해보도록 하고, 두 사건이 동시에 일어나는 상황에서 이를 표현하는 방법으로 순서쌍이나 수형도를 그려서 진단평가 활동지를 풀어보게 한다.

## 활동지 예상 답안 및 풀이

- ① 서로 다른 두 개의 주사위  $A$ ,  $B$ 를 동시에 던질 때, 다음 경우의 수를 구하시오.

1) 일어나는 모든 경우의 수

*Hint:* ( $A$ 의 눈의 수,  $B$ 의 눈의 수)의 꼴로 나열해 보자.

1) 36

$A$ 의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6으로 6가지이고, 그 각각에 대하여  $B$ 의 눈도 1, 2, 3, 4, 5, 6으로 6가지이다. 두 주사위  $A, B$ 의 눈의 수를 순서쌍을 이용하여 나열하면

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)  
 (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)  
 (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)  
 (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)  
 (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)  
 (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)

이므로 전체 경우의 수는  $6 \times 6 = 36$ 이다.

2)  $A$ 는 짝수의 눈이 나오고  $B$ 는 소수의 눈이 나오는 경우의 수

*Hint:* ( $A$ 의 눈이 짝수,  $B$ 의 눈이 소수)의 꼴로 나열해 보자.

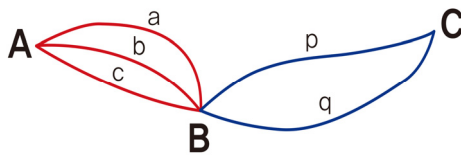
2) 9

$A$ 의 눈이 짝수인 경우는 2, 4, 6으로 3가지이고,  $B$ 의 눈이 소수인 경우는 2, 3, 5로 3가지이다. 이 두 경우가 동시에 일어나는 상황을 순서쌍을 이용하여 나열하면

(2,2), (2,3), (2,5)  
 (4,2), (4,3), (4,5)  
 (6,2), (6,3), (6,5)

이므로 전체 경우의 수는  $3 \times 3 = 9$ 이다.

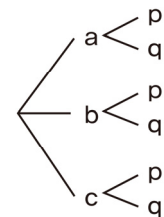
- ② 그림과 같이  $A$  지점에서  $B$  지점까지 경로는  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 의 3가지이고,  $B$  지점에서  $C$  지점까지 이동하는 경로는  $p$ ,  $q$ 의 2가지라고 할 때,  $A$  지점을 출발하여  $B$  지점을 지나  $C$  지점까지 이동하는 경로를 선택하는 경우의 수를 구하시오.



*Hint:* ( $A$ - $B$  경로,  $B$ - $C$  경로)의 꼴로 나열해 보자.

6

$a$ ,  $b$ ,  $c$  중 하나의 경로를 선택하여  $A$  지점에서  $B$  지점으로 이동한 후,  $p$ ,  $q$  중에서 하나의 경로를 선택하여  $B$  지점에서  $C$  지점으로 이동하는 방법을 (풀이1) 수형도로 나타내면



(풀이2) 순서쌍으로 나타내면

( $a, p$ ), ( $a, q$ )  
 ( $b, p$ ), ( $b, q$ )  
 ( $c, p$ ), ( $c, q$ )

따라서 전체 경우의 수는  $3 \times 2 = 6$ 이다.

## ② 기초학습

p14. 기초학습 활동지

본 차시에서 학습할 곱의 법칙을 이해하고 이를 이용하여 경우의 수를 구하기 위해서는 중학교에서 학습한 두 사건  $A, B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있어야 한다.

➔ 두 사건  $A, B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있는지 학생들에게 묻고 잘 모르는 학생이 있으면 사건  $A$ 가 일어나는 각각의 경우를 구하게 하고, 그 각각에 대하여 사건  $B$ 가 일어나는 경우를 순서쌍  $(A, B)$ 의 꼴로 나열하여 전체 경우를 구하여 보게 한다. 이때 사건  $A$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수가 항상 같은지를 확인하도록 해야 하며, 이러한 조건을 만족하는 경우에만 곱의 법칙으로 두 사건  $A, B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있음을 설명해준다.

## 기초학습 개념 잡고 가기

◇ 두 사건  $A, B$ 가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수

- 사건  $A$ 가 일어나는 경우의 수가  $m$ 이고, 사건  $A$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여  $B$ 가 일어나는 경우의 수가  $n$ 으로 일정하면,

$$(\text{두 사건 } A, B \text{가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수}) = m \times n$$

## 기초학습 문제 및 풀이

① 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 다음 물음에 답하시오.

- 1) 동전의 앞면이 나오고 주사위의 눈의 수는 어느 것이든 상관없이 나오는 경우의 수
- 2) 동전의 뒷면이 나오고 주사위의 눈의 수는 어느 것이든 상관없이 나오는 경우의 수
- 3) 위의 1)과 2)에서 동전의 앞면 또는 뒷면에 상관없이 주사위가 나오는 눈의 수는 항상 일정한가?
- 4) 동전과 주사위를 동시에 던질 때 서로 다른 결과로 나올 수 있는 경우의 수

1) 6

동전의 앞면이 나올 때, 주사위의 눈은 1, 2, 3, 4, 5, 6중 하나의 눈이 나올 수 있으므로 모두 6가지이다.

2) 6

동전의 뒷면이 나올 때, 주사위의 눈은 1, 2, 3, 4, 5, 6중 하나의 눈이 나올 수 있으므로 모두 6가지이다.

3) 동전이 나오는 결과와 관계없이 주사위의 눈의 수가 나오는 경우의 수는 6으로 일정하다.

4) 12

동전의 앞면 또는 뒷면 2가지에 대하여 주사위의 눈의 수가 나오는 결과는 6으로 일정하므로 구하는 경우의 수는  $2 \times 6 = 12$ 이다.

② 0부터 9까지의 숫자가 각각 적혀 있는 10개의 수 카드에서 카드를 뽑아 두 자리 자연수를 만들 때, 다음을 구하시오.

- 1) 십의 자리에 올 수 있는 수 카드를 뽑는 경우의 수
- 2) 십의 자리에 오는 수 카드를 하나 뽑은 후, 남아 있는 수 카드에서 일의 자리에 올 수 있는 수 카드를 뽑는 경우의 수

1) 9

십의 자리에 1부터 9까지 수 중 하나가 올 수 있으므로 9가지

2) 9

십의 자리에서 쓰고 남은 수 카드 9개 중 하나를 일의 자리에 쓸 수 있으므로 9가지

3) 십의 자리에 오는 수 카드를 뽑는 것과 관계없이 일의 자리에 오는 수 카드를 뽑는 경우의 수는 항상 일정한가? 3) 항상 9가지로 일정하다.

4) 위의 방법으로 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수

4) 81

십의 자리에 오는 수 카드를 뽑는 방법이 9가지이고, 그 각각에 대하여 일의 자리에 오는 수 카드를 뽑는 방법은 9가지로 일정하므로 곱의 법칙에 의해  $9 \times 9 = 81$  가지이다.

## 본 차시 수업하기


### 도입

p15~16. 학생 활동지

본 차시에서는 두 사건  $A$ ,  $B$ 에 대하여, 사건  $A$ 가 일어나는 경우의 수가  $m$ 이고, 그 각각에 대하여 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수가  $n$ 일 때, 두 사건  $A$ ,  $B$ 가 잇달아(동시에) 일어나는 경우의 수를 구하는 방법을 일반화하여 곱의 법칙이라고 부른다는 것을 학생들이 알게 한다. 즉 곱의 법칙은 처음 배우는 완전히 새로운 개념이 아니라 이미 중학교에서 다루었던 두 사건  $A$ ,  $B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수를 구하는 방법과 같다는 것을 자연스럽게 이해하도록 하여 수학에 대한 자신감을 갖도록 유도한다.

### 전개 1

곱의 법칙을 활용하여 두 사건  $A$ ,  $B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수를 구하는 문제를 해결하는 데에 어려움을 겪는 학생들에게는, 우선 두 사건  $A$ ,  $B$ 를 구분하여 각각의 사건이 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다. 이때 사건  $A$ 가 일어나는 경우를 나열하고 그 각각에 대하여 사건  $B$ 가 일어나는 경우를 나열해보도록 하여, 사건  $A$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수가 모두 같은지 확인하게 하는 것이 필요하다. 이러한 확인을 거쳐 두 사건  $A$ ,  $B$ 가 일어나는 각각의 경우의 수를 곱한 결과가 두 사건  $A$ ,  $B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수를 구하는 것임을 알게 하도록 한다.

 학생 활동지 **활동 1-1** 은 두 자리 자연수 중에서 십의 자리와 일의 자리 숫자에 대한 특정한 조건을 만족하는 수를 구하는 문제로 곱의 법칙을 활용하여 경우의 수를 구하는 대표적인 문제이다. 이러한 문제 상황에 곱의 법칙을 왜 적용해야 하는지를 잘 모르는 학생이 있다면 순서쌍이나 수형도를 이용하여 십의 자리 숫자를 선택하는 각각의 경우에 대하여 일의 자리 숫자를 선택하는 경우의 수가 항상 일정한지를 파악하도록 하는 것이 중요하다.

## 학생 응답의 예

**활동 1-1** 두 자리 자연수 중에서 다음을 구하시오.

1) 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자가 모두 홀수인 자연수의 개수

*Hint:* 조건을 만족하는 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 구하여 수형도로 모든 경우를 나타내어 보시오.

1) 25

십의 자리 숫자가 홀수인 경우는 1, 3, 5, 7, 9로 5가지, 그 각각에 대하여 일의 자리 숫자가 홀수인 경우도 1, 3, 5, 7, 9로 항상 5가지이므로 구하는 경우의 수는  $5 \times 5 = 25$

2) 십의 자리 숫자는 짝수이고 일의 자리 숫자는 3의 배수인 자연수의 개수

*Hint:* 조건을 만족하는 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 구하여 수형도로 모든 경우를 나타내어 보시오.

2) 12

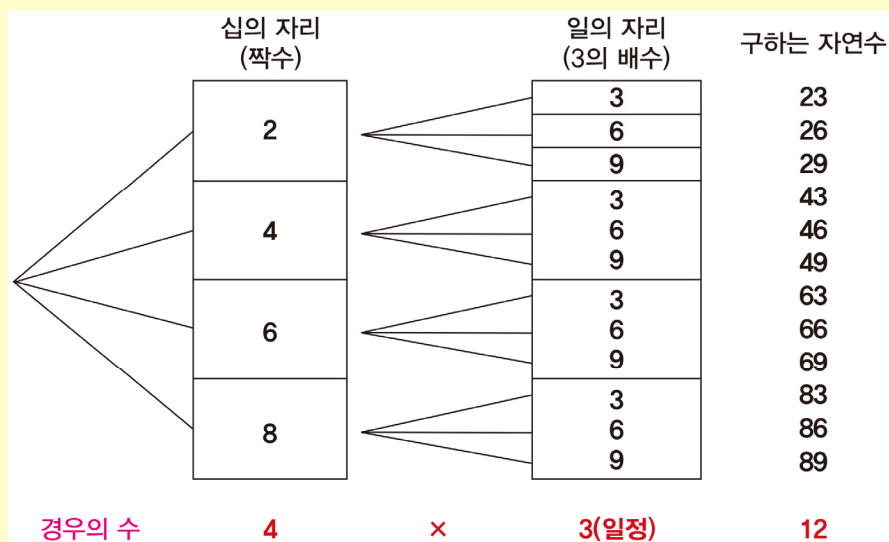
십의 자리 숫자가 짝수인 경우는 2, 4, 6, 8로 4가지, 그 각각에 대하여 일의 자리 숫자가 3의 배수인 경우는 3, 6, 9로 3가지이므로, 구하는 경우의 수는  $4 \times 3 = 12$

## 교사 설명의 예

교사용 TIP

**활동 1-1** 에서 곱의 법칙을 적용하는 이유를 잘 이해하지 못하는 학생의 경우 다음과 같이 수형도를 그려 보게 하는 것이 좋다.

예) 십의 자리 숫자는 짝수이고 일의 자리 숫자는 3의 배수인 자연수의 개수



수형도(樹型圖; tree graph; 나뭇가지 그림): 위의 그림처럼 사건이 일어나는 모든 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내는 것을 수형도라고 한다.

일반적으로 두 사건  $A$ ,  $B$ 에 대하여 사건  $A$ 가 일어나는 경우의 수가  $m$ 이고, 그 각각에 대하여 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수가  $n$ 일 때, 두 사건  $A$ ,  $B$ 가 잇달아 일어나는 경우의 수는

$$m \times n$$

이다. 이것을 곱의 법칙이라고 한다.

**교사용 TIP**

‘동시에’, ‘그리고’, ‘~와’, ‘~하고 나서’ 등과 같은 표현이 있으면 일반적으로 두 사건이 일어나는 각각의 경우를 구하여 이를 순서쌍이나 수형도로 나타낼 수 있으므로, 두 사건이 일어나는 각각의 경우의 수를 구하여 곱하는 곱의 법칙을 적용할 수 있다. 이때 중요한 것은 한 사건이 일어나는 각각의 경우에 대하여 다른 사건이 일어나는 경우의 수가 항상 일정해야만 곱의 법칙을 적용할 수 있다는 것이다.

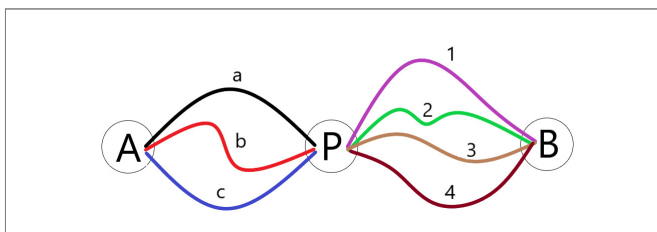
곱의 법칙을 활용하여 경우의 수를 구하는 문제는 주로 다음과 같은 상황들이다.

- $A$  종류의 물건이  $m$ 가지,  $B$  종류의 물건이  $n$ 가지 있을 때,  $A$  종류에서 한 가지 물건 선택하고 동시에  $B$  종류에서도 한 가지 물건을 선택하는 경우의 수 구하기
- 십의 자리 숫자가 만족시키는 조건이  $A$ 이고, 일의 자리 숫자가 만족시키는 조건이  $B$ 일 때, 두 조건  $A$ ,  $B$ 를 동시에 만족시키는 두 자리 자연수의 개수 구하기
- $A$  지점에서  $B$  지점까지 이동하는 방법이  $m$ 가지,  $B$  지점에서  $C$  지점까지 이동하는 방법이  $n$ 가지일 때,  $A$  지점을 출발하여  $B$  지점을 거쳐  $C$  지점까지 이동하는 경우의 수 구하기
- 소인수분해를 활용하여 자연수의 양의 약수의 개수 구하기

→ 학생 활동지 **활동 1-2**에서는 한 지점에서 다른 지점으로 이동할 때 중간 경유지를 거쳐 이동하는 경우의 수를 구하는 문제로 곱의 법칙을 적용할 수 있는 실생활 문제로 자주 등장하는 소재이다. 먼저 출발점에서 중간 경유지까지 이동하는 경우를 구하고, 그 각각에 중간 경유지를 출발하여 도착지까지 이동하는 경우의 수가 항상 일정하다는 사실을 파악한 후, 곱의 법칙을 적용하여 출발지에서 도착지까지 이동하는 경우의 수를 구할 수 있도록 지도하는 것이 필요하다.

## 학생 응답의 예

**활동 1-2** 아래 그림과 같이  $A$  지점에서  $P$  지점까지 연결하는 길이  $a, b, c$ 로 3가지,  $P$  지점에서  $B$  지점까지 연결하는 길이 1, 2, 3, 4로 4가지가 있을 때, 다음을 구하시오.



- |  |  |
|--|--|
| <p>1) A 지점에서 P 지점까지 이동하는 길 중에서 하나를 선택하는 경우의 수를 구하시오.</p> <p>2) P 지점에서 B 지점까지 이동하는 길 중에서 하나를 선택하는 경우의 수를 구하시오.</p> <p>3) A 지점에서 P 지점까지 이동하는 길을 선택한 각각의 경우에 대하여 P 지점에서 B 지점까지 이동하는 길을 선택하는 경우의 수는 항상 일정한가?</p> <p>4) A 지점을 출발하여 P 지점을 거쳐 B 지점에 도착하도록 이동하는 길을 선택하는 경우의 수를 구하시오.</p> | <p>1) 3<br/>A 지점에서 P 지점까지 연결하는 길은 <math>a, b, c</math>로 3가지가 있으므로, 이 중 하나를 선택하는 경우의 수는 3이다.</p> <p>2) 4<br/>P 지점에서 B 지점까지 연결하는 길은 1, 2, 3, 4로 4가지가 있으므로, 이 중 하나를 선택하는 경우의 수는 4이다.</p> <p>3) <math>a, b, c</math> 중 어느 길을 선택하더라도, P 지점에서 B 지점까지 이동하는 길은 1, 2, 3, 4 중 하나를 선택하는 경우이므로 변함없이 일정하다.</p> <p>4) 12<br/>A 지점에서 P 지점까지 이동하는 길을 선택하는 경우의 수 3과, P 지점에서 B 지점까지 이동하는 길을 선택하는 경우의 수 4를 곱하면 구하는 경우의 수는 <math>3 \times 4 = 12</math>이다.</p> |
|--|--|

## 교사 설명의 예

**활동 1-2** 에서 곱의 법칙을 적용하는 이유를 잘 이해하지 못하는 학생의 경우 **활동 1-1** 에서와 같이 수형도를 그려 보게 하거나, 다음과 같이 순서쌍을 구하여 보게 하는 것도 효과적이다.

예) (A 지점에서 P 지점까지 이동하는 길, P 지점에서 B 지점까지 이동하는 길)의 꼴로 순서쌍으로 나타내면

$(a, 1), (a, 2), (a, 3), (a, 4)$ ; 첫 번째에서  $a$ 를 선택할 때, 두 번째에서 선택하는 경우는 4가지

$(b, 1), (b, 2), (b, 3), (b, 4)$ ; 첫 번째에서  $b$ 를 선택할 때, 두 번째에서 선택하는 경우는 4가지

$(c, 1), (c, 2), (c, 3), (c, 4)$ ; 첫 번째에서  $c$ 를 선택할 때, 두 번째에서 선택하는 경우는 4가지

즉 첫 번째에서 선택하는 경우 3가지에 대하여, 어느 경우에도 두 번째에서 선택하는 길은 4가지로 일정하다. 따라서 구하는 경우의 수는  $3 \times 4 = 12$ 이다.

## 전개 2

주어진 자연수의 약수의 개수를 구하는 문제는 곱의 법칙을 활용하는 문제로 자주 등장한다. 물론 주어진 자연수의 약수를 직접 구하는 것이 쉬울 정도로 작은 수인 경우에는 굳이 곱의 법칙을 이용하여 않고 모든 약수를 직접 나열하여 경우의 수를 구할 수 있지만, 주어진 수가 3자리 이상으로 커지는 경우에는 약수를 직접 구하는 것보다 주어진 수를 소인수분해하고, 주어진 수의 약수가 어떤 소인수들의 곱으로 이루어지는지를 파악한다면 곱의 법칙을 적용하여 빠르게 약수의 개수를 구할 수 있다.



약수의 개수를 구하는 데에 곱의 법칙을 적용하는 것을 잘 이해하지 못하는 학생의 경우에는 아래의 활동지에서와 같이 주어진 수를 소인수분해하고, 각각의 소인수가 곱해진 꼴이 주어진 수의 약수임을 먼저 이해하도록 한 후, 주어진 소인수가 곱해지는 경우를 곱의 법칙을 이용하여 구하고, 실제로 그 곱의 결과로 나타나는 수가 주어진 수의 약수인지 여부를 확인해 보도록 하는 것이 필요하다.

➡ 주어진 수의 약수의 개수를 **활동 2-1** 를 통해 구해보게 한다. 이때 소인수분해를 활용하여 주어진 수의 약수가 어떤 꼴로 나타나는지를 먼저 이해할 수 있게 해야 한다.

### 학생 응답의 예

**활동 2-1** 72의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답해 보자.

1)  $72 = 8 \times 9$ 임을 이용하여 72의 소인수분해 꼴을 구하시오.

(Hint:  $8 = 2 \times 2 \times 2$ ,  $9 = 3 \times 3$ )

$$1) 2^3 \times 3^2$$

$$\begin{aligned} 72 &= 8 \times 9 \\ &= (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \\ &= 2^3 \times 3^2 \end{aligned}$$

2) 1)의 결과를 이용하여 72의 약수를 아래와 같이 소인수 분해된 꼴로 나타낼 수 있다고 한다. 그림의 빈칸을 채우시오.

| 소인수 2 | 소인수 3 | 72의 약수                |
|-------|-------|-----------------------|
| $2^0$ | $3^0$ | $2^0 \times 3^0 = 1$  |
|       | $3^1$ | $2^0 \times 3^1 = 3$  |
|       | $3^2$ | $2^0 \times 3^2 = 9$  |
| $2^1$ |       |                       |
|       |       |                       |
|       |       |                       |
| $2^2$ | $3^0$ | $2^2 \times 3^0 = 4$  |
|       | $3^1$ | $2^2 \times 3^1 = 12$ |
|       | $3^2$ | $2^2 \times 3^2 = 36$ |
|       | $3^0$ |                       |
|       | $3^1$ |                       |
|       | $3^2$ |                       |

2) 왼쪽 표의 빈칸은 순서대로 다음과 같다.

$$3^0, 2^1 \times 3^0 = 2$$

$$3^1, 2^1 \times 3^1 = 6$$

$$3^2, 2^1 \times 3^2 = 18$$

$$2^3, 2^3 \times 3^0 = 8$$

$$2^3, 2^3 \times 3^1 = 24$$

$$2^3, 2^3 \times 3^2 = 72$$

3) 12

72의 약수는  $2^3 (= 8)$ 의 약수와  $3^2 (= 9)$ 의 약수의 곱의 꼴이다.  $2^3$ 의 약수는  $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$ 으로 4가지이고,  $3^2$ 의 약수는  $3^0, 3^1, 3^2$ 으로 3가지이며, 8의 약수 4개 중 어느 것을 선택하더라도, 9의 약수 중 하나를 선택하는 경우는 항상 3으로 일정하므로 구하는 약수의 개수는  $4 \times 3 = 12$ 이다.

3) 위 2)의 표를 보고 72의 약수인 자연수의 개수를 구하시오.

→ 학생 활동지 **활동 2-2**에서는 **활동 2-1**에서의 활동을 토대로 주어진 수의 약수 개수를 소인수분해와 곱의 법칙을 이용하여 구할 수 있도록 한다.

### 학생 응답의 예

**활동 2-2** 108의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

1)  $108 = 4 \times 27$ 임을 이용하여 108을 소인수분해 하시오.

$$\begin{aligned} 1) & 2^2 \times 3^3 \\ 108 &= 4 \times 27 \\ &= (2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3) \\ &= 2^2 \times 3^3 \end{aligned}$$

2) 1)의 결과를 이용하여 108의 약수의 개수를 구하시오.

2) 12  
 $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 108의 약수는  $2^2$ 의 약수인  $2^0, 2^1, 2^2$ 중 하나의 수를 선택하고,  $3^3$ 의 약수인  $3^0, 3^1, 3^2, 3^3$ 중에서 하나의 수를 선택하여 그 두 수를 곱한 것과 같다.  
 따라서 108의 약수의 개수는  $3 \times 4 = 12$ 이다.

→ **활동 2-3**에서는 **활동 2-1**과 **활동 2-2**의 활동 결과를 토대로 소인수분해 하였을 때 소인수의 개수가 3개인 자연수에 대하여 그 약수의 개수를 구하는 문제이다.

### 학생 응답의 예

**활동 2-3** 360의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

1)  $360 = 8 \times 9 \times 5$ 임을 이용하여 360을 소인수분해 하시오.

$$\begin{aligned} 1) & 2^3 \times 3^2 \times 5^1 \\ 360 &= 8 \times 9 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 \end{aligned}$$

2) 1)의 결과를 이용하여 360의 약수의 개수를 구하시오.

2) 24  
 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$ 이므로 360의 약수는  $2^3$ 의 약수인  $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$ 중 하나의 수를 선택하고,  $3^2$ 의 약수인  $3^0, 3^1, 3^2$ 중에서 하나의 수를 선택하고,  $5^1$ 의 약수인  $5^0, 5^1$ 중에서 하나의 수를 선택하여 그 세 수를 곱한 것과 같다. 따라서 360의 약수의 개수는  $4 \times 3 \times 2 = 24$ 이다.

### 교사용 TIP

곱의 법칙은 잇달아 일어나는 셋 이상의 사건에 대해서도 성립한다.

즉 세 사건  $A, B, C$ 에 대하여 사건  $A$ 가 일어나는 경우의 수가  $m$ 이고, 그 각각의 경우에 대하여 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수가  $n$ 이며, 사건  $A, B$ 가 동시에(잇달아) 일어나는 각각의 경우에 대하여 사건  $C$ 가 일어나는 경우의 수가  $k$ 일 때, 세 사건  $A, B, C$ 가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수는  $m \times n \times k$ 이다.

## 학습 내용 정리 및 평가

### 마무리 활동

p17. 마무리 활동지

### 학습 내용 정리

#### ◇ 두 사건 $A, B$ 가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수

- 사건  $A$ 가 일어나는 경우의 수가  $m$ 이고, 사건  $A$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여  $B$ 가 일어나는 경우의 수가  $n$ 으로 일정하면,

$$(\text{두 사건 } A, B \text{가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수}) = m \times n$$

#### ◇ 세 사건 $A, B, C$ 가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수

- 사건  $A$ 가 일어나는 경우의 수가  $m$ 이고, 사건  $A$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여  $B$ 가 일어나는 경우의 수가  $n$ 으로 일정하며, 사건  $A, B$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여 사건  $C$ 가 일어나는 경우의 수가  $k$ 로 일정하면,

$$(\text{세 사건 } A, B, C \text{가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수}) = m \times n \times k$$

### 활동지 예상 답안 및 풀이

- 1] 어느 분식점에서는 아래 그림과 같이 김밥 5종류, 라면 3종류, 튀김 3종류를 판매하고 있다. 물음에 답하시오.

| 김밥   | 라면   | 튀김    |
|------|------|-------|
| 야채김밥 | 떡라면  | 고구마튀김 |
| 참치김밥 | 만두라면 | 새우튀김  |
| 치즈김밥 | 해물라면 | 오징어튀김 |
| 김치김밥 |      |       |
| 멸치김밥 |      |       |

- 1) 김밥과 라면을 각각 한 개씩 선택할 때, 서로 다른 경우의 수를 구하시오.

- 2) 김밥, 라면, 튀김을 각각 한 개씩 동시에 선택할 때, 서로 다른 경우의 수를 구하시오.

1) 15

김밥 5종류 중 한 가지를 선택하는 경우의 수는 5, 김밥을 선택하는 각각의 경우에 대하여 라면 3종류 중 한 가지를 선택하는 경우의 수는 3이다. 따라서 구하는 경우의 수는  $5 \times 3 = 15$ 이다.

2) 45

1)에서 구한 것과 같이 김밥과 라면을 선택하는 경우의 수는 15가지이고, 이 각각의 경우에 대하여 튀김을 선택하는 경우의 수는 3으로 일정하다. 따라서 구하는 경우의 수는  $5 \times 3 \times 3 = 45$ 이다.

- 2] 80의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

- 1) 80을 소인수분해 하시오.

- 2) 1)의 결과를 이용하여 80의 약수의 개수를 구하시오.

1)  $2^4 \times 5^1$

$$80 = 16 \times 5 = 2^4 \times 5^1$$

2) 10

80의 약수는  $2^4$ 의 약수와  $5^1$ 의 약수의 곱이 풀이며,  $2^4$ 의 약수는  $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ 으로 5가지,  $5^1$ 의 약수는  $5^0, 5^1$ 으로 2가지이므로, 구하는 약수의 개수는  $5 \times 2 = 10$ 이다.

## 이런 점이 궁금해요

Q ‘곱의 법칙’이라는 용어를 반드시 알아야 하나요?

A ‘곱의 법칙’이라는 용어는 실제 경우의 수를 구하는 문제해결 상황에서 반드시 필요한 것은 아닙니다. 주어진 문제 상황이 곱의 법칙을 적용하여 경우의 수를 구할 수 있는 상황인지 여부를 판단하는 것이 더욱 중요하다고 볼 수 있습니다. 중학교에서 배운 두 사건  $A$ ,  $B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 때, 사건  $A$ 가 일어나는  $n$ 가지의 각각의 경우에 대하여, 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수가 일정하다는 조건을 만족하면 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있음을 이해하는 것이 중요합니다.

Q 곱의 법칙에서 두 사건이 “동시에” 일어난다는 것의 의미가 무엇인가요? 합의 법칙에서 두 사건이 “동시에” 일어나지 않을 때라는 의미와 다른 것 같아요! 어떻게 구분하나요?

A 맞습니다. 아주 중요한 질문입니다. 곱의 법칙에서 두 사건  $A$ ,  $B$ 가 “동시에” 일어난다는 의미는 서로 별개의 사건  $A$ 와 사건  $B$ 가 나타나는 시행을 동시에 한다는 의미로, 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 일어나는 경우의 수에 영향을 주지 않는 경우이어야 합니다. 따라서 곱의 법칙을 적용하는 것은 사건  $A$ 가 먼저 일어나고, 그 다음에 바로 이어서 사건  $B$ 가 일어나는 것으로 이해해도 좋습니다.(서로 일어나는 결과에 영향을 주지 않기 때문이죠). 그러나 합의 법칙에서 “두 사건이 동시에 일어나지 않을 때”라는 말은 사건  $A$ 와 사건  $B$ 의 결과로 나타나는 각각의 경우 중에 그 결과가  $A$ 에도 속하고 동시에  $B$ 에도 속하는 경우가 없어야 한다는 의미입니다. 이 경우는 어느 한 경우가  $A$ 와  $B$ 에 모두 속하는 경우를 의미하기 위해 “동시에”라는 말을 쓴 것으로 곱의 법칙에서 말하는 “동시에”라는 말과는 다른 의미입니다. 따라서 경우의 수를 구하는 문제에서는 이 둘을 잘 구분해야 합니다.

## 참고 자료

## ● 출처

• 고성은, 이진호, 이승우, 차순규, 김윤희, 오택근, 조성철. (2020). 고등학교 수학. 서울: 좋은책 신사고. pp. 250-251.

## ● 특성화고·마이스터고 기초학력 향상 프로그램(hijump.or.kr) 연계 안내

(<http://www.hijump.or.kr/standard/study/studylink.jsp?subgubun=ma>)

| 영역   | 단원    | 차시          |
|------|-------|-------------|
| 불확실성 | 경우의 수 | • 사건과 경우의 수 |

## ● 참고 자료

• EBSmath(<http://www.ebsmath.co.kr>)에 탑재된 동영상 “두 사건  $A$ ,  $B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수”

## 진단평가 활동지

① 서로 다른 두 개의 주사위  $A$ ,  $B$ 를 동시에 던질 때, 다음 경우의 수를 구하시오.

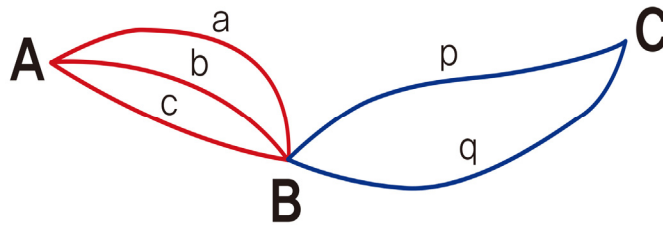
1) 일어나는 모든 경우의 수

*Hint:* ( $A$ 의 눈의 수,  $B$ 의 눈의 수)의 꼴로 나열해 보자.

2)  $A$ 는 짝수의 눈이 나오고  $B$ 는 소수의 눈이 나오는 경우의 수

*Hint:* ( $A$ 의 눈이 짝수,  $B$ 의 눈이 소수)의 꼴로 나열해 보자.

② 그림과 같이  $A$  지점에서  $B$  지점까지 경로는  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 의 3가지이고,  $B$  지점에서  $C$  지점까지 이동하는 경로는  $p$ ,  $q$ 의 2가지라고 할 때,  $A$  지점을 출발하여  $B$  지점을 지나  $C$  지점까지 이동하는 경로를 선택하는 경우의 수를 구하시오.



*Hint:* ( $A$ - $B$  경로,  $B$ - $C$  경로)의 꼴로 나열해 보자.

## 기초학습 활동지

## 기초학습 개념 잡고 가기

◇ 두 사건  $A$ ,  $B$ 가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수

- 사건  $A$ 가 일어나는 경우의 수가  $m$ 이고, 사건  $A$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수가  $n$ 으로 일정하면,

$$(\text{두 사건 } A, B \text{가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수}) = m \times n$$

## 기초학습 활동 문제

① 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 다음 물음에 답하시오.

- 1) 동전의 앞면이 나오고 주사위의 눈의 수는 어느 것이든 상관없이 나오는 경우의 수
- 2) 동전의 뒷면이 나오고 주사위의 눈의 수는 어느 것이든 상관없이 나오는 경우의 수
- 3) 위의 1)과 2)에서 동전의 앞면 또는 뒷면에 상관없이 주사위가 나오는 눈의 수는 항상 일정한가?
- 4) 동전과 주사위를 동시에 던질 때 서로 다른 결과로 나올 수 있는 경우의 수

② 0부터 9까지의 숫자가 각각 적혀 있는 수 카드에서 카드를 뽑아 두 자리 자연수를 만들 때, 다음을 구하시오.

- 1) 십의 자리에 올 수 있는 수 카드를 뽑는 경우의 수
- 2) 십의 자리에 오는 수 카드를 하나 뽑은 후, 남아 있는 수 카드에서 일의 자리에 올 수 있는 수 카드를 뽑는 경우의 수
- 3) 십의 자리에 오는 수 카드를 뽑는 것과 관계없이 일의 자리에 오는 수 카드를 뽑는 경우의 수는 항상 일정한가?
- 4) 위의 방법으로 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수

## 학생 활동지



### 제목

### 곰의 법칙이란 무엇일까?

**활동 1-1** 두 자리 자연수 중에서 다음을 구하시오.

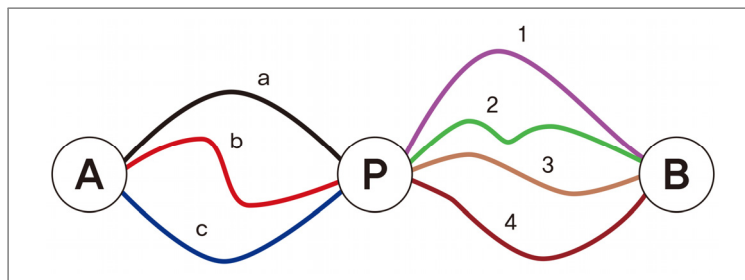
1) 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자가 모두 홀수인 자연수의 개수

*Hint:* 조건을 만족하는 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 구하여 수형도로 모든 경우를 나타내어 보시오.

2) 십의 자리 숫자는 짝수이고 일의 자리 숫자는 3의 배수인 자연수의 개수

*Hint:* 조건을 만족하는 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 구하여 수형도로 모든 경우를 나타내어 보시오.

**활동 1-2** 아래 그림과 같이 A 지점에서 P 지점까지 연결하는 길이  $a, b, c$ 로 3가지, P 지점에서 B 지점까지 연결하는 길이 1, 2, 3, 4로 4가지가 있을 때, 다음을 구하시오.



1) A 지점에서 P 지점까지 이동하는 길 중에서 하나를 선택하는 경우의 수를 구하시오.

2) P 지점에서 B 지점까지 이동하는 길 중에서 하나를 선택하는 경우의 수를 구하시오.

3) A 지점에서 P 지점까지 이동하는 길을 선택한 각각의 경우에 대하여 P 지점에서 B 지점까지 이동하는 길을 선택하는 경우의 수는 항상 일정한가?

4) A 지점을 출발하여 P 지점을 거쳐 B 지점에 도착하도록 이동하는 길을 선택하는 경우의 수를 구하시오.

**활동 2-1** 72의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답해 보자.

1)  $72 = 8 \times 9$ 임을 이용하여 72의 소인수분해 꼴을 구하시오.

(Hint:  $8 = 2 \times 2 \times 2$ ,  $9 = 3 \times 3$ )

2) 1)의 결과를 이용하여 72의 약수를 오른쪽 그림과 같이 소인수 분해된 꼴로 나타낼 수 있다고 한다. 그림의 빈칸을 채우시오.

3) 위 2)의 표를 보고 72의 약수인 자연수의 개수를 구하시오.

| 소인수 2 |  | 소인수 3 | 72의 약수                |
|-------|--|-------|-----------------------|
| $2^0$ | $\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$ | $3^0$ | $2^0 \times 3^0 = 1$  |
|       |  | $3^1$ | $2^0 \times 3^1 = 3$  |
|       |  | $3^2$ | $2^0 \times 3^2 = 9$  |
| $2^1$ | $\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$ |       |                       |
|       |  |       |                       |
|       |  |       |                       |
| $2^2$ | $\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$ | $3^0$ | $2^2 \times 3^0 = 4$  |
|       |  | $3^1$ | $2^2 \times 3^1 = 12$ |
|       |  | $3^2$ | $2^2 \times 3^2 = 36$ |
|       | $\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$ | $3^0$ |                       |
|       |  | $3^1$ |                       |
|       |  | $3^2$ |                       |

**활동 2-2** 108의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

1)  $108 = 4 \times 27$ 임을 이용하여 108을 소인수분해 하시오.

2) 1)의 결과를 이용하여 108의 약수의 개수를 구하시오.

**활동 2-3** 360의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

1)  $360 = 8 \times 9 \times 5$ 임을 이용하여 360을 소인수분해 하시오.

2) 1)의 결과를 이용하여 360의 약수의 개수를 구하시오.



## 마무리 활동지

### 학습내용 정리

#### ◇ 두 사건 $A, B$ 가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수

- 사건  $A$ 가 일어나는 경우의 수가  $m$ 이고, 사건  $A$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여  $B$ 가 일어나는 경우의 수가  $n$ 으로 일정하면,

$$(\text{두 사건 } A, B \text{가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수}) = m \times n$$

#### ◇ 세 사건 $A, B, C$ 가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수

- 사건  $A$ 가 일어나는 경우의 수가  $m$ 이고, 사건  $A$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여  $B$ 가 일어나는 경우의 수가  $n$ 으로 일정하며, 사건  $A, B$ 가 일어나는 각각의 경우에 대하여 사건  $C$ 가 일어나는 경우의 수가  $k$ 로 일정하면,

$$(\text{세 사건 } A, B, C \text{가 동시에(잇달아) 일어나는 경우의 수}) = m \times n \times k$$

### 마무리 활동 문제

- ① 어느 분식점에서는 아래 그림과 같이 김밥 5종류, 라면 3종류, 튀김 3종류를 판매하고 있다. 물음에 답하시오.

| 김밥   | 라면   | 튀김    |
|------|------|-------|
| 야채김밥 | 떡라면  | 고구마튀김 |
| 참치김밥 | 만두라면 | 새우튀김  |
| 치즈김밥 | 해물라면 | 오징어튀김 |
| 김치김밥 |      |       |
| 멸치김밥 |      |       |

- 1) 김밥과 라면을 각각 한 개씩 선택할 때, 서로 다른 경우의 수를 구하시오.
- 2) 김밥, 라면, 튀김을 각각 한 개씩 동시에 선택할 때, 서로 다른 경우의 수를 구하시오.

- ② 80의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

- 1) 80을 소인수분해 하시오.
- 2) 1)의 결과를 이용하여 80의 약수의 개수를 구하시오.