

1 환상의 짝꿍 찾기



주제 개요

기본 수학 성취기준	[12기수01-02] 순열의 의미를 이해하고, 순열의 수를 구할 수 있다.
차시명	I. 경우의 수 ② 순열과 조합 ① 순열의 개념 이해하기(1/1차시)
학 습 목 표	<ul style="list-style-type: none"> 구체적인 값이 주어졌을 때 서로 다른 n개 중에 r개를 택하는 순열의 수를 구할 수 있다. 서로 다른 n개에서 r개($0 < r \leq n$)를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수를 순열이라고 부른다는 것을 안다.
주 요 활 동	<ul style="list-style-type: none"> 합의 법칙과 곱의 법칙 기억하기 ${}_nP_2$의 상황에서 순열의 수 구하기 ${}_nP_2$의 계산 방법 일반화하기 ${}_nP_2$의 상황에서 순열의 수 구하기 순열의 정의 이해하기
관련 선수학습	경우의 수, 합의 법칙, 곱의 법칙

수업 준비하기

● 수업 전 준비할 일

- 이전 시간에 학습한 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고 있는지를 판단하기 위한 진단평가가 준비되어있다. 진단평가의 결과에 따라 진단평가의 문제를 풀이하고 설명하며 지난 차시에서 학습한 합의 법칙과 곱의 법칙의 복습을 진행한다. 추가 기초 문제가 필요한 경우 특성화고·마이스터고 기초학력 향상 프로그램(hijump.or.kr)에서 '학습자료구성조회 - 수학학습자료 - 불확실성 영역 - 경우의 수 단원'의 활동지를 참고할 수 있다.
- 우선 학생들이 자신만의 방법으로 경우의 수를 구하여 활동지를 해결해볼 수 있도록 한다. 교사 및 친구들과의 상호작용을 통해 곱의 법칙으로 순열을 계산하는 원리를 일반화 할 수 있도록 수업을 준비한다.

● 수업에 필요한 모둠 편성 방법

- 학생들의 수준과 성향에 따라 개인별 학습과 모둠학습이 모두 가능하다. 단, 학생 활동지 **활동 2-1** 은 4인 이하의 모둠을 편성하여 학생들이 서로 이야기하며 문제를 이해하도록 하는 것을 추천한다.

기초 실력 쌓기

● 출석 확인 및 단원 소개

- 학생들의 출석을 확인하고 ‘순열과 조합’ 단원 중 순열을 학습할 것임을 안내한다.

● 학습동기유발

- 교사는 도입 단계에 제시된 활동지의 활동1을 제시하고 학생들에게 문제를 해결할 시간을 준 후 학생들의 풀이 과정을 함께 공유한다. 기존의 경우의 수를 구하는 문제 상황들이 n 개 중 1개를 뽑는 상황이었던 것과 다르게 n 개 중 2개를 뽑는 상황을 제시하고 함께 해결해보며 학생들의 흥미를 유발한다.
- 다양한 방법의 해결 방법을 모두 존중하며 규칙을 찾아 곱의 법칙으로 해결하는 것이 모범답안이라는 생각을 버린다.

● 진단평가 및 기초학습

본 차시에서 학습할 순열 개념을 이해하기 위해서는 앞 단원에서 학습한 경우의 수의 뜻을 알고 합의 법칙과 곱의 법칙을 사용해 경우의 수를 구할 수 있어야 한다. 기초실력 쌓기 단계에서는 본 차시 학습에 필요한 경우의 수 개념을 학생들이 갖고 있는지 확인하고, 합의 법칙과 곱의 법칙을 사용해 문제를 풀어보는 활동을 제공하여 본 차시 수업의 기초를 튼튼히 하도록 한다. 기초실력 쌓기 단계는 <진단평가>와 <기초학습>으로 이루어져 있으며 <진단평가>와 <기초학습>의 활용 여부와 순서는 학생들의 수준 및 수업 계획에 따라 적절히 결정한다.

① 진단평가

p11. 진단평가 활동지

진단평가에서는 학생들이 선택의 상황에서 합의 법칙과 곱의 법칙 개념을 적용하고 경우의 수를 구할 수 있는지를 평가하고, 학생들의 선수학습 수준을 확인한다. 진단평가의 풀이를 통해 합의 법칙과 곱의 법칙 개념이 구체적인 문제 상황에서 어떻게 적용될 수 있는지를 설명한다. 진단평가는 1개의 합의 법칙 문제와 2개의 곱의 법칙 문제로 구성되어있으며 1번과 2번 문항은 같은 상황적 맥락에서 발문만을 다르게 하여 합의 법칙과 곱의 법칙의 차이를 구분할 수 있는지 확인한다. 상황에 맞게 개념을 적용해서 문제를 해결하는가를 학생의 풀이과정을 통해 확인하여야 한다.

➡ 지난 단원에서 배운 합의 법칙과 곱의 법칙 개념을 알고 있는지 학생들에게 묻고 잘 모르는 학생이 있으면 합의 법칙과 곱의 법칙 개념을 설명해 준 다음, 진단평가 활동지를 풀어보게 한다.

활동지 예상 답안 및 풀이

- ① 학교 근처 식당으로 분식집이 3개, 중국집이 2개 있다. 이 중 한 곳을 골라 저녁을 먹으려고 한다. 저녁을 먹는 경우의 수는?
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7
- ② 학교 근처 식당으로 분식집이 3개, 중국집이 2개 있다. 점심에는 분식집 중 한 곳에서, 저녁에는 중국집 중 한 곳에서 식사를 하려고 한다. 점심과 저녁을 먹는 경우의 수는?
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7
- ③ 서영이는 학교가 끝나면 서점에 들렀다 집에 가려고 한다. 서영이가 학교에서 서점까지 가는 방법은 3가지, 서점에서 집까지 가는 방법은 4가지이다. 서영이가 학교에서 서점에 들렀다 집에 가는 방법의 수를 구하시오.
- ③ 분식집과 중국집은 동시에 갈 수 없으므로 합의 법칙에 의해 분식집을 가는 경우 3가지와 중국집을 가는 경우 2가지를 더해 총 5가지 경우의 수가 있다.
- ④ 점심 식사로 3개의 분식집 중 하나를 고르는 경우마다 저녁에 고르는 중국집의 경우의 수가 2가지씩 있으므로 곱의 법칙에 의해 6가지이다.
- 12가지
서영이가 학교에서 서점까지 가는 3가지 방법마다 서점에서 집으로 가는 방법을 4가지씩 고를 수 있으므로 곱의 법칙에 의해 $3 \times 4 = 12$ 가지이다.

② 기초학습

p12. 기초학습 활동지

기초학습에서는 합의 법칙과 곱의 법칙 개념을 상기 및 학습하고 이를 실생활 맥락에 적용하여 경우의 수를 구하는 능력을 함양한다.

➡ 지난 단원에서 배운 합의 법칙과 곱의 법칙 개념을 알고 있는지 학생들에게 묻고 잘 모르는 학생이 있으면 합의 법칙과 곱의 법칙의 개념을 진단평가의 상황을 예시로 설명해준다.

기초학습 개념 잡고 가기

◇ 합의 법칙

- 일반적으로 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m, 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n이면 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수는 $m+n$ 이다. 이것을 합의 법칙이라고 한다.
- 예) 진단평가의 1번 문항

◇ 곱의 법칙

- 일반적으로 두 사건 A, B에서 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 두 사건 A, B가 잇달아 일어나는 경우의 수는 $m \times n$ 이다.
- 예) 진단평가의 2,3번 문항

➡ 추가로 기초 문제가 필요한 경우 특성화고·마이스터고 기초학력 향상 프로그램(hijump.or.kr)에서 ‘학습자료구성조회 - 수학학습자료 - 불확실성 영역 - 경우의 수 단원’의 활동지를 참고하여 기초학습을 진행할 수 있다.



본 차시 수업하기

도입

p13. 학생 활동지

본 차시에서는 ${}_nP_2$, ${}_nP_3$ 의 상황에서 순열의 값을 직접 구해보고 순열의 값을 곱의 법칙을 사용해 계산하는 원리를 익히며 순열의 개념 및 정의를 학습한다. 본 차시의 순열 개념을 이해하기 위해서는 지난 단원에서 학습한 합의 법칙, 곱의 법칙 개념을 알고 이를 사용하여 경우의 수를 구할 수 있어야 한다. 특히 지금까지의 경우의 수 문제는 n 개 중 1개를 선택하는 경우의 수를 구하는 것이었지만 순열에서 처음으로 n 개 중 2개 이상을 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수를 구해야 한다. 도입 단계에서는 3명의 학생 중 2명을 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수를 직접 구해보며 순열 개념의 필요성을 느끼고 본 차시 수업에서 서로 다른 5개 중 2개를 뽑는 경우의 수를 직접 구해볼 수 있도록 기초를 튼튼히 한다.

➡ 학생 활동지의 **활동 1** 을 함께 해결한다. 이때 직접 나열할 수 있는 경우를 모두 써보고 경우의 수를 구할 수 있도록 한다. 규칙을 찾아 계산을 생략하는 경우도 허용하며 이와 같은 풀이 과정을 학급 친구들에게 소개하여 추후 순열 계산 방법의 일반화에 도움이 되도록 한다.

학생 응답의 예

활동 1 A, B, C 세 명의 학생 중 회장을 뽑는 경우의 수와 회장, 부회장을 뽑는 경우의 수를 각각 구해보자.

학급 회장 * 부회장 선거



예) 3가지/ 6가지

회장을 뽑는 경우의 수는 3가지이고
회장, 부회장을 뽑는 경우를 (회장, 부회장) 순으로 쓴다면

(A,B), (B,A), (A,C), (C,A), (B,C),
(C,B)

의 경우로 총 6가지가 있다.

전개 1

도입 단계 활동을 통해 학생들이 서로 다른 3개 중 2개를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수를 직접 구하는 경험을 하게 되면 수를 늘려 서로 다른 5개 중 2개를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수를 직접 구하는 탐구활동을 한다. 학생들의 탐구활동 결과를 토대로 서로 다른 5개 중 2개를 뽑는 경우의 수를 구하는 과정을 곱셈 개념(곱의 법칙 개념)을 사용하여 설명하고 서로 다른 20개 중 2개를 뽑는 경우의 수를 곱의 법칙을 사용해 구할 수 있도록 한다.

→ 학생 활동지 **활동 2-1** 은 **활동 1** 을 확장하여 5개 중 2개를 뽑아 일렬로 나열하는 상황임을 학생들이 스스로 파악하고 모든 경우를 나열하여 구해보게 한 다음 문제해결 방법을 말해보게 한다. 규칙을 찾아 계산을 생략한 학생이 있는 경우 올바른 풀이인지 확인하고 발표를 통해 풀이를 공유한다.

학생 응답의 예

활동 2-1 즐겨 하던 게임 회사에서 새롭게 5개의 캐릭터를 출시하며 이벤트를 만들었다. 게임의 규칙은 다음과 같다.

- 규칙1. 2개의 캐릭터를 고른 순서대로 이어 달리는 게임이다.
- 규칙2. 제한 시간 동안 이어 달린 거리에 따라 점수가 측정된다.
- 규칙3. 캐릭터들은 크게 체력 용, 스피드 용 두 분류로 나뉜다.

어떤 두 캐릭터는 서로 '환상의 짝꿍'을 이룬다. '환상의 짝꿍'에 해당하는 두 캐릭터는 각각 체력 용, 스피드 용으로 이루어져 있다. '환상의 짝꿍'인 두 캐릭터를 체력 용, 스피드 용 순으로 이어 달리면 게임 마지막에 폭죽이 터지며 점수가 2배가 된다. 게임 회사에서는 이벤트로 정보가 공개되지 않은 새로운 캐릭터 5개 중 '환상의 짝꿍'을 찾아 폭죽을 터트린 유저에게 게임머니 10,000원을 지급한다고 한다. '환상의 짝꿍'을 찾아내고 폭죽을 터트리기 위해서는 게임을 최대 몇 번 해야 하는지 구해보자.(단, 새롭게 출시한 5개의 캐릭터 중 '환상의 짝꿍'은 존재한다.)



예) 5개의 캐릭터를 차례로 A, B, C, D, E라 하자. 문제를 해결하기 위해 5개의 새로운 캐릭터 중 어떤 캐릭터가 체력 용이고 어떤 캐릭터가 스피드 용인지는 파악하지 못하여도 된다.

결국, 5개의 캐릭터 중 2개를 뽑아 이어 달릴 순서를 정하는 모든 경우의 수가 몇 가지인지를 구하면 최대 게임을 해야 하는 횟수를 구할 수 있다.

풀이1. 5개의 캐릭터 중 2개를 선택하고 이를 순서를 바꿔가며 게임을 해보는 것이다. 즉, (A, B), (A, C), (A, D), (A, E), (B, C), (B, D), (B, E), (C, D), (C, E), (D, E) 10가지를 2배하여 20가지의 경우의 수가 있다.

풀이2. 첫 번째 달릴 캐릭터를 고를 수 있는 경우가 5가지 있다.

A가 첫 번째로 달리는 경우 두 번째로 달릴 캐릭터로 가능한 경우는 B, C, D, E 4가지이다.

B가 첫 번째로 달리는 경우 두 번째로 달릴 캐릭터로 가능한 경우도 A, C, D, E 4가지이다.

마찬가지로 C, D, E가 첫 번째로 달리는 경우도 각 4가지씩의 경우가 있으므로 총 경우의 수는 $5 \times 4 = 20$ 가지이다.

∴ 최대 20번 게임을 해야 한다.

☞ 학생 활동지 **활동 2-1**의 해결에 어려움을 겪는 경우 문제 이해를 돕기 위한 발문을 제공하고 곱의 법칙 설명을 통해 문제 해결 방법을 파악하게 한다.

☞ 학생 활동지 **활동 2-1**의 풀이2를 모두 이해할 수 있도록 하여 순열의 수의 계산 방법을 곱의 법칙으로 일반화 할 수 있는 토대를 만든다. 풀이1이 잘못된 풀이가 아니며 풀이2가 일반화에 더 용이한 풀이임을 학생들이 스스로 이해 할 수 있도록 한다.

교사 설명의 예

학생들이 문제 상황을 올바르게 파악하지 못하는 경우 적절한 발문을 통해 교사가 도움을 줄 수 있다.

[상황1] 5개의 새로운 캐릭터 중 스피드 용 캐릭터와 체력 용 캐릭터의 수를 찾고자 하는 학생

[발문 예시]

- 스피드 용 캐릭터 수와 체력 용 캐릭터 수를 알아야 문제를 해결할 수 있을까요?
- 환상의 짝궁을 찾았다는 것은 어떻게 알 수 있을까요?

[상황2] 환상의 짝궁을 찾기 위해 5개 중 2개를 뽑는 경우의 수만 구하면 된다고 생각하는 학생

[발문 예시]

- 환상의 짝궁을 찾았다는 것은 어떻게 알 수 있을까요? 폭죽이 터지기 위한 조건은 무엇인가요?
- A와 B가 환상의 짝궁이고 A가 체력 용 캐릭터, B가 스피드 용 캐릭터일 때, B→A 순으로 이어 달리면 어떻게 될까요?

교사용 TIP

문제 해결을 위해 어떤 캐릭터가 스피드 용 캐릭터이고 체력 용 캐릭터인지 구분할 필요는 없다.

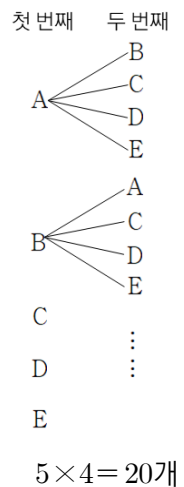
하지만 환상의 짝궁인 두 캐릭터 A, B를 이어 달려 폭죽을 터트리기 위해서는 반드시 체력 용 캐릭터가 먼저 달려야 하므로 달리는 순서가 중요하다.

이후 **활동 2-2**에서 ${}_nP_2$ 의 일반화된 계산 방법을 파악하여 ${}_{20}P_2$ 를 계산해보는 활동이 준비되어 있다. 이를 위해 곱의 법칙을 사용하여 문제를 해결하는 아이디어를 설명한다. 곱의 법칙을 사용해 일반화의 과정은 다음과 같이 수형도를 사용하여 설명할 수 있다.

[곱의 법칙]

일반적으로 두 사건 A, B에서 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 두 사건 A, B가 잇달아 일어나는 경우의 수는 $m \times n$ 이다.

활동 2-1에서 캐릭터 이름을 A, B, C, D, E라 하고 이를 수형도로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



교사용 TIP

발문을 통해 풀이2의 방법이 계산을 일반화하기 더 편리함을 학생들이 이해하도록 하며 풀이1의 아이디어도 조합 단원에서 중요하게 쓰이는 아이디어이므로 함께 다루도록 한다.

- 학생 활동지 **활동 2-2**에서는 **활동 1**과 **활동 2-1**에서의 문제해결 과정을 토대로 서로 다른 n 개 중 2개를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수를 곱의 법칙을 사용해 계산하는 원리를 파악했는지를 ${}_{20}P_2$ 상황 문제를 해결하며 확인한다.
- 순열의 정의와 기호를 학습하지 않았으므로 이를 사용하지 않도록 주의하며 수형도를 활용해 곱의 법칙의 원리를 이해하고 문제를 해결할 수 있도록 돕는다.
- 학생들이 규칙을 찾는 데 어려움을 느낀다면 **활동 1**에서 3명의 학생 중 회장, 부회장을 뽑는 경우의 수가 3×2 , **활동 2-1**에서 5개의 캐릭터 중 2개를 뽑아 순서대로 나열하는 경우의 수가 5×4 였음을 확인하고 어떤 규칙으로 숫자들이 정해졌는지를 파악하게 한 뒤 20개의 캐릭터 중 2개를 뽑아 순서대로 나열하는 경우의 수를 구해보도록 한다.

학생 응답의 예

활동 2-2 **활동 2-1**의 게임에서 정보가 공개되지 않은 서로 다른 20개의 캐릭터 중 환상의 짝꿍을 찾아야 한다면 게임을 최대 몇 번 해야 하는지 구해보자.

예)

마찬가지로 20개의 캐릭터 중 2개의 캐릭터를 뽑아 달리는 순서를 정하는 모든 경우의 수를 구하면 된다. 처음 달릴 캐릭터를 구하는 경우가 20가지이고 각 경우마다 두 번째 달릴 캐릭터를 정하는 경우가 19가지씩 있으므로 $20 \times 19 = 380$ 가지의 경우가 있다. 즉, 최대 380번 게임을 해야 한다.

전개 2

5개의 캐릭터 중 3개의 캐릭터를 뽑아 일렬로 배열하는 상황의 문제를 해결해보며 ${}_nP_3$ 의 상황에서 순열의 수를 구해보는 경험을 한다.

- 학생 활동지의 **활동 3**을 통해, 3개 이상의 사건의 곱의 법칙을 생각할 수 있도록 한다. 이는 수형도를 사용하여도 곱셈의 아이디어를 생각하기 어려울 수 있으므로 자세한 설명이 필요할 수 있다.
- **활동 2-2**를 해결하기까지 시간이 오래 걸리는 경우 **활동 3**을 생략하고 n 개 중 2개를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수를 곱의 법칙을 사용해 구하는 원리를 이해하도록 돕는다.

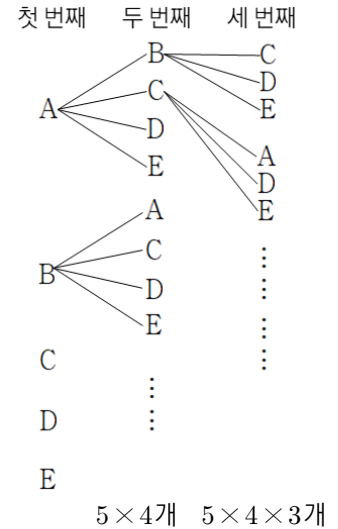
학생 응답의 예

활동 3 **활동 2-1** 의 게임이 3개의 캐릭터가 이어 달리는 게임이라면 다섯 개의 캐릭터 중 3개를 뽑아 이어 달리는 순서를 정하는 경우의 수는 몇 가지인지 구해보자.

예) 60가지

마찬가지로 다섯 개의 캐릭터 중 3개를 뽑는 경우의 수를 구한 뒤 순서를 정하여도 되지만 일반화의 경험을 통해 처음부터 순서를 가지고 뽑아 곱의 법칙을 사용하는 것이 편리하다.

다섯 개의 캐릭터를 A, B, C, D, E라 하면 캐릭터를 고르는 방법을 수형도로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



전개 3

‘순열’을 정의하고, 활동 1, 2, 3의 문제 상황을 순열 정의로 표현해보는 활동을 한다.

➡ ‘순열’을 정의한다. ‘ n 개에서 r 개를 택하는 순열’이라는 말 속에는 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하여 일렬로 나열하는 것임을 포함하고 있다는 것을 이해하도록 한다.

교사 설명의 예

서로 다른 n 개에서 r 개($0 < r \leq n$)를 택하여 일렬로 나열하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 순열이라고 한다.

➡ 학생 활동지 **활동 4** 를 통해 **활동 1** , **활동 2-1** , **활동 2-2** , **활동 3** 에서의 문제 상황이 순열 상황을 파악하고 순열의 정의를 사용해 표현해보도록 한다.

학생 응답의 예

활동 4 앞서 해결했던 **활동 1** , **활동 2-1** , **활동 2-2** , **활동 3** 문제들은 순열의 상황이다. 각 순열을 순열 정의에 맞게 표현해보자.

활동	순열 정의로 표현하기(ex. n 개 중 r 개를 택하는 순열)
활동 1	3개 중 1개를 택하는 순열, 3개 중 2개를 택하는 순열
활동 2-1	5개 중 2개를 택하는 순열
활동 2-2	20개 중 2개를 택하는 순열
활동 3	5개 중 3개를 택하는 순열



교사용 TIP

활동 1 의 경우 두 가지 문제 상황을 모두 표현하도록 한다. 다음 차시에서 순열 기호를 사용해 표현하기 전 연습 단계이다.

학습 내용 정리 및 평가

마무리 활동

p15. 마무리 활동지

본 차시에서는 곱의 법칙 아이디어를 토대로 순열의 기호를 사용하지 않고 n 개 중 2개를 뽑는 순열의 수, n 개 중 3개를 뽑는 순열의 수, 순열의 정의를 학습하였다. 마무리 활동에서는 n 개 중 2개를 뽑는 순열, n 개 중 3개를 뽑는 순열, 순열의 정의에 해당하는 문제들을 해결해보고 학생들의 이해 정도를 확인해 본다.

학습 내용 정리

◇ 순열

- 서로 다른 n 개에서 r 개($0 < r \leq n$)를 택하여 일렬로 나열하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 순열이라 한다.

➡ **활동 3** 을 생략한 경우 ②번 문제와 ③번 문제의 표에서 문제‘2’에 해당하는 열을 제외하여 활동지를 만든다.

활동지 예상 답안 및 풀이

- ① 총 4가지의 근력 운동인 복근 운동, 하체 운동, 등 운동, 어깨 운동 중 2가지를 골라 하루 운동 일정을 만들려고 한다. 운동을 하는 순서까지 고려할 때 만들 수 있는 하루 운동 일정의 경우의 수는?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

예 ④

첫 번째 할 운동을 고르는 경우의 수는 4가지, 첫 번째 운동을 고른 각 경우마다 두 번째 할 운동을 고르는 경우의 수는 3가지이므로 곱의 법칙에 의해 12가지이다.

- ② 놀이공원에 놀이기구가 10개 있다. 이 중 3개를 골라 이용할 수 있는 탑승권이 있을 때, 타는 순서를 고려하여 서로 다른 3개의 놀이기구를 이용하는 경우의 수를 수하시오.

예 720가지

첫 번째로 이용할 놀이기구를 고르는 가짓수는 10가지, 각 경우에 두 번째로 이용할 놀이기구를 고르는 가짓수는 9가지, 첫 번째와 두 번째 놀이기구가 정해졌을 때 세 번째 놀이기구를 고르는 가짓수는 8가지이므로 총 경우의 수는 $10 \times 9 \times 8 = 720$ 가지이다.

- ③ 위의 두 문제는 순열 상황에 대한 문제이다. 각 순열을 순열 정의에 맞게 표현해보자.

문제	순열 정의로 표현하기(n 개 중 r 개를 택하는 순열)
①	
②	

예)

①: 4개 중 2개를 택하는 순열

②: 10개 중 3개를 택하는 순열

이런 점이 궁금해요

Q 서로 다른 n 개에서 r 개($0 < r \leq n$)를 택하는 상황에서 ‘서로 다른’이라는 말을 강조해야 할까요?

A 서로 같은 n 개에서 r 개를 택하는 경우의 수는 1가지임을 쉽게 생각할 수 있습니다. 서로 같은 것이 있을 때의 경우의 수를 구해보는 것은 ‘경우의 수’가 ‘확률’과 다르게 가능성을 고려하지 않고 사건의 결과 일어나는 경우에 대한 가짓수를 구하는 것임을 이해하게 합니다. 또한 같은 것이 있는 순열 등 고등학교 과정에서 배울 여러 가지 경우의 수 학습에 도움을 줄 수 있습니다. 하지만 본 차시의 목표와 크게 관련이 없으므로 교사가 학생의 수준에 따라 판단하여 생략하거나 지도할 수 있습니다.

Q 학생들이 수업을 잘 따라가지 못하는 경우 생략 가능한 내용이 있을까요?

A 서로 다른 n 개 중 r 개($0 < r \leq n$)를 택하는 경우의 수를 구하기 위해 간단한 상황에서부터 큰 수의 상황까지 확장하여 순열의 계산 원리를 파악하고자 하는 것이 이 수업의 목표입니다. 하지만 학생의 수준에 따라 n 개 중 3개를 택하는 상황을 수형도로 직접 그리고 세 개의 사건에 곱의 법칙을 적용해야 하는 **활동 3**의 경우 문제 해결에 시간이 오래 걸리고 학생들이 어렵게 느낄 수 있습니다. 그런 경우에는 **활동 3**을 생략하고 n 개 중 2개를 택하는 상황에서 곱의 법칙을 적용하는 원리를 정확히 이해하도록 지도해주세요.

참고 자료

출처

- 선우하식, 김명수, 설정수, 박민규, 박성훈(2020), 고등학교 기본 수학, 서울: 천재교과서. pp. 16-33.

참고 자료

- 이지현, 이정연, 최영기(2005). 순열 조합 문장제의 문제 변인과 오류 분석, 학교수학, 7(2), 123-137.

특성화고·마이스터고 기초학력 향상 프로그램(hijump.or.kr) 연계 안내

(<http://www.hijump.or.kr/standard/study/studylink.jsp?subgubun=ma>)

영역	단원	차시
불확실성	경우의 수	<ul style="list-style-type: none"> • 사건과 경우의 수 • 순서가 있는 경우의 수 • 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수 • 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 경우의 수

진단평가 활동지

- ① 학교 근처 식당으로 분식집이 3개, 중국집이 2개 있다. 이 중 한 곳을 골라 저녁을 먹으려고 한다. 저녁을 먹는 경우의 수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

- ② 학교 근처 식당으로 분식집이 3개, 중국집이 2개 있다. 점심에는 분식집 중 한 곳에서, 저녁에는 중국집 중 한 곳에서 식사를 하려고 한다. 점심과 저녁을 먹는 경우의 수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

- ③ 서영이는 학교가 끝나면 서점에 들렀다 집에 가려고 한다. 서영이가 학교에서 서점까지 가는 방법은 3가지, 서점에서 집까지 가는 방법은 4가지이다. 서영이가 학교에서 서점에 들렀다 집에 가는 방법의 수를 구하시오.

기초학습 활동지

기초학습 개념 잡고 가기

◇ 합의 법칙

- 일반적으로 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m, 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n이면 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수는 $m+n$ 이다. 이것을 합의 법칙이라고 한다.

◇ 곱의 법칙

- 일반적으로 두 사건 A, B에서 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 두 사건 A, B가 잇달아 일어나는 경우의 수는 $m \times n$ 이다.

기초학습 활동 문제

- 학교 근처 식당으로 분식집이 3개, 중국집이 2개 있다. 이 중 한 곳을 골라 저녁을 먹으려고 한다. 저녁을 먹는 경우의 수는?
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7
- 학교 근처 식당으로 분식집이 3개, 중국집이 2개 있다. 점심에는 분식집 중 한 곳에서, 저녁에는 중국집 중 한 곳에서 식사를 하려고 한다. 점심과 저녁을 먹는 경우의 수는?
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7
- 서영이는 학교가 끝나면 서점에 들렀다 집에 가려고 한다. 서영이가 학교에서 서점까지 가는 방법은 3가지, 서점에서 집까지 가는 방법은 4가지이다. 서영이가 학교에서 서점에 들렀다 집에 가는 방법의 수를 구하시오.

학생 활동지



제목

환상의 짝꿍 찾기

활동 1 A, B, C 세 명의 학생 중 회장, 부회장을 뽑는 경우의 수를 구해보자.

학급 회장 * 부회장 선거



활동 2-1 즐겨하던 게임 회사에서 새롭게 5개의 캐릭터를 출시하며 이벤트를 만들었다. 게임의 규칙은 다음과 같다.

- 규칙1. 2개의 캐릭터를 고른 순서대로 이어 달리는 게임이다.
- 규칙2. 제한 시간 동안 이어 달린 거리에 따라 점수가 측정된다.
- 규칙3. 캐릭터들은 크게 체력 용, 스피드 용 두 분류로 나뉜다.



환상의 짝꿍

어떤 두 캐릭터는 서로 '환상의 짝꿍'을 이룬다. '환상의 짝꿍'에 해당하는 두 캐릭터는 각각 체력 용, 스피드 용으로 이루어져 있다. '환상의 짝꿍'인 두 캐릭터를 체력 용, 스피드 용 순으로 이어 달리면 게임 마지막에 폭죽이 터지며 점수가 2배가 된다. 게임 회사에서는 이벤트로 정보가 공개되지 않은 새로운 캐릭터 5개 중 '환상의 짝꿍'을 찾아 폭죽을 터트린 유저에게 게임머니 10,000원을 지급한다고 한다. '환상의 짝꿍'을 찾아내고 폭죽을 터트리기 위해서는 게임을 최대 몇 번 해야 하는지 구해보자.(단, 새롭게 출시한 5개의 캐릭터 중 '환상의 짝꿍'은 존재한다.)

활동 2-2 **활동 2-1**의 게임에서 정보가 공개되지 않은 서로 다른 20개의 캐릭터 중 환상의 짝꿍을 찾아야 한다면 게임을 최대 몇 번 해야 하는지 구해보자.

활동 3 **활동 2-1**의 게임이 3개의 캐릭터가 이어 달리는 게임이라면 다섯 개의 캐릭터 중 3개를 뽑아 이어 달리는 순서를 정하는 경우의 수는 몇 가지인지 구해보자.

활동 4 앞서 해결했던 **활동 1**, **활동 2-1**, **활동 2-2**, **활동 3**의 문제들은 순열의 상황이다. 각 순열을 순열 정의에 맞게 표현해보자.

활동	순열 정의로 표현하기(ex. n 개 중 r 개를 택하는 순열)
활동 1	
활동 2-1	
활동 2-2	
활동 3	

마무리 활동지

학습내용 정리

◇ 순열

- 서로 다른 n 개에서 r 개($0 < r \leq n$)를 택하여 일렬로 나열하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 순열이라고 한다.

마무리 활동 문제

- ① 총 4가지의 근력 운동인 복근 운동, 하체 운동, 등 운동, 어깨 운동 중 2가지를 골라 하루 운동 일정을 만들려고 한다. 운동을 하는 순서까지 고려할 때, 만들 수 있는 하루 운동 일정의 경우의 수는?
 ① 6 ② 7 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

- ② 놀이공원에 놀이기구가 10개 있다. 이 중 3개를 골라 이용할 수 있는 탑승권이 있을 때, 타는 순서를 고려하여 서로 다른 3개의 놀이기구를 이용하는 경우의 수를 구하시오.

- ③ 위의 두 문제는 순열 상황에 대한 문제이다. 각 순열을 순열 정의에 맞게 표현해보자.

문제	순열 정의로 표현하기(n 개 중 r 개를 택하는 순열)
①	
②	